dr hab. Rafał Czyż
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Jagielloński
ul. Łojasiewicza 6, 30-348 Kraków
e-mail: Rafal.Czyz@im.uj.edu.pl

Kraków, 20.01.2014r.

Recenzja rozprawy habilitacyjnej dr Marty Kosek

W roku 2000 dr Marta Kosek uzyskała stopień naukowy doktora nauk matematycznych na Wydziale Matematyki i Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego na podstawie rozprawy *Funkcja ekstremalna Siciaka zbiorów Julii w* $\mathbb{C}^n$ napisanej pod kierunkiem prof. dr. hab. Wiesława Pleśniaka. Od 1993 roku jest zatrudniona w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Omówienie i ocena rozprawy habilitacyjnej

Na rozprawę habilitacyjną *Teoria pluripotencjału i multifunkcje analityczne na gruncie dynamiki zespolonej* składają się następujące prace:

[K1] M. Klimek, M. Kosek, Composite Julia sets generated by infinite polynomial arrays, Bull. Sci. Math. 127 (2003), 885–897.
[K2] M. Klimek, M. Kosek, Strong analyticity of partly filled-in composite Julia sets, Set-Valued Anal. 14 (2006), 55–68.
[K3] M. Klimek, M. Kosek, Generalized iterated function systems, multifunctions and Cantor sets, Ann. Polon. Math. 96 (2009), 25–41.
[K4] L. Białas-Cież, M. Kosek, Iterated function systems and Łojasiewicz- Siciak condition of Green's function, Potential Anal. 34 (2011), 207–221.
[K5] L. Białas-Cież, M. Kosek, How to construct totally disconnected Markov sets?, Ann. Mat. Pura Appl. (4) 190 (2011), 209–224.
[K6] M. Kosek, Hölder exponents for the pluricomplex Green function of Julia type sets, Indian J. Pure Appl. Math. 42 (2011), 475–492.
[K7] M. Kosek, Hölder exponents of the Green functions of planar polynomial Julia sets, Ann. Mat. Pura Appl., on-line first, DOI 10.1007/s10231-012-0278-6.

Prace te stanowią jednotematyczny cykl publikacji, tak jak wymaga tego *Ustawa o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki z dnia 14 marca 2003 r.*, i dotyczą badania pewnych specjalnych atraktorów związanych z dynamiką zespoloną (głównie wypełnionych zbiorów Julii) za pomocą metod teorii pluripotencjału i multifunkcji analitycznych.

Dwie prace zostały napisane samodzielnie, trzy z M. Klimkiem i dwie z L. Białas-Cież. Według załączonych oświadczeń współautorów i oświadczenia samej habilitantki można powiedzieć, że udział dr Marty Kosek w napisaniu prac [K1]-[K5] wynosił w przybliżeniu od 40% do 50%. Wszystkie te prace zostały opublikowane w dobrych i bardzo dobrych czasopismach, o uznanej renomie międzynarodowej takich jak: *Potential Analysis (35), Annali di Matematica Pura ed Applicata (30), Set-valued and Varational Analysis (30), Bulletin des Sciences Mathematiques (20), Annales Polonici Mathematici (15), Indian Journal of Pure & Applied Mathematics (15)* (w nawiasach podałem punktację z listy ministerialnej z dnia 17 grudnia 2013 roku).

Na samym początku chciałbym podkreślić, że zarówno treść jak i redakcja autoreferatu wskazują na dużą wiedzę i dojrzałość naukową habilitantki. Lista prac dr Marty Kosek wskazuje również na bardzo ważną moim zdaniem umiejętność współpracy z innymi matematykami.

Klasycznym zagadnieniem dynamiki zespolonej jedno i wielowymiarowej jest badanie wypełnionych zbiorów Julii $K[P]$ odwzorowań wielomianowych. Wiadomo, że dla wielomianu zespolonego stopnia co najmniej 2, $p : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, wypełniony zbiór Julii (czyli otoczka wielomianowo wypukła zbioru Julii $J[p]$) można zdefiniować jako

$$(*) \qquad K[p] = \{z \in \mathbb{C} : (p^n(z))_{n=1}^{\infty} \text{ jest ograniczony}\},$$

gdzie $p^n = p \circ \cdots \circ p$ oznacza n-krotne złożenie, wtedy również zbiór Julii jest równy $J[p] = \partial K[p]$. Wypełnione zbiory Julii są niepuste, zwarte i całkowicie niezmiennicze względem p. W analogiczny sposób można zdefiniować wypełnione zbiory Julii w $\mathbb{C}^N$ dla odwzorowań wielomianowych $P : \mathbb{C}^N \to \mathbb{C}^N$. Wiadomo również, że dla odwzorowań wielomianowych, dla których wykładnik Łojasiewicza jest większy niż 1, zbiór K[P] (zdefiniowany analogicznie jak w $(*)$) jest niepusty, zwarty, wielomianowo wypukły i całkowicie niezmienniczy względem P.

Problemem, który pojawia się przy badaniu wypełnionych zbiorów Julii, jest zależność zbioru $K[P]$ od generującego ją odwzorowania wielomianowego P. Naturalnym narzędziem nadającym się do badania tego typu zależności wydają się być multifunkcje. Już Oka w 1934 roku zauważył, że funkcja ciągła $f : G \to \mathbb{C}$ określona w obszarze $G \subset \mathbb{C}$ jest holomorficzna wtedy i tylko wtedy, gdy zbiór $G \times \mathbb{C} \setminus \mathrm{graph}(f)$ jest pseudowypukły. Powyższa własność była punktem wyjścia do zdefiniowania multifunkcji analitycznych. Dużo później, w latach 80, Słodkowski podał różne definicje analityczności (słabej, silnej i trywialnej) dla multifunkcji zdefiniowanych w dowolnych przestrzeniach Banacha. Metody związane z multifunkcjami analitycznymi zostały przez niego z sukcesem zastosowane do badania C^* algebr i problemów interpolacyjnych w przestrzeniach Banacha. Przez ostatnie 20 lat multifunkcje analityczne były przedmiotem zainteresowania także innych matematyków: Baribeau, Roy'a, Ransforda, Klimka, Levenberga, Poletskiego, Sadullaeva i innych, którzy stosowali je w dynamice zespolonej i teorii pluripotencjału.

Niech Ω oznacza zbiór odwzorowań wielomianowych P stopnia co najwyżej d ($P \in \mathcal{P}_d$), które są regularne, tzn. część jednorodna $\tilde{P}$ odwzorowania P spełnia warunek $\tilde{P}^{-1}(\{0\}) = \{0\}$. Klimek wykazał, że multifunkcja $K : \Omega \in P \to K[P] \in \kappa(\mathbb{C}^N)$ jest silnie analityczna, gdzie $\kappa(\mathbb{C}^N)$ oznacza rodzinę wszystkich niepustych i zwartych podzbiorów $\mathbb{C}^N$. Powyższe twierdzenie jest punktem wyjścia dla rozważań habilitantki. Rezultaty zawarte w rozprawie habilitacyjnej (prace [K1]-[K3]) uogólniają powyższy wynik na przypadki multifunkcji zdefiniowanych przez wypełnione zbiory Julii generowane nie przez jedno, lecz przez ciąg odwzorowań wielomianowych.

Globalna funkcja ekstremalna V_K zbioru zwartego $K \subset \mathbb{C}^N$, zwana również funkcją Greena lub funkcją ekstremalną Siciaka, jest jednym z fundamentalnych pojęć w teorii pluripotencjału i jest równa $V_K = \sup\{u \in \mathcal{L} : u|_K \leqslant 0\}$, gdzie $\mathcal{L}$ oznacza klasę Lelonga całkowitych funkcji plurisubharmonicznych o logarytmicznym wzroście w nieskończoności. Warto tu przypomnieć dwie klasyczne nierówności o wielkim znaczeniu nie tylko w teorii pluripotencjału, ale i w teorii aproksymacji: nierówność Höldera i nierówność Łojasiewicza-Siciaka. Zbiór zwarty $K \in \mathrm{HCP}(\alpha)$ (odpowiednio $K \in \mathrm{ŁS}(\beta)$), gdy funkcja ekstremalna tego zbioru V_K spełnia nierówność Höldera z wykładnikiem α (odpowiednio nierówność Łojasiewicza-Siciaka z wykładnikiem β). Wiadomo, że nierówność Höldera dla zbioru zwartego K z wykładnikiem α implikuje nierówność Markowa z wykładnikiem $\frac{1}{\alpha}$. Nierówność Markowa jest bardzo ważna w zastosowaniach w teorii aproksymacji, teorii przedłużania dżetów Whitneya jak również w metodach numerycznych.

Habilitantka bada w swoich pracach własność Höldera i nierówność Łojasiewicza-Siciaka dla wypełnionych zbiorów Julii, jak również dla zbiorów będącymi atraktorami pewnych specjalnych układów iteracyjnych.

Wszystkie prace dr Marty Kosek wchodzące w skład pracy habilitacyjnej są bardzo dobrze napisane. Sposób redakcji głównych wyników i ich dowody są na tyle przejrzyste, że mogą być zrozumiałe również dla osób, które nie są specjalistami w tej dziedzinie. Większość stosowanych technik dowodowych jest rozwinięciem znanych już metod z teorii aproksymacji, teorii pluripotencjału, multifunkcji analitycznych, dynamiki zespolonej i teorii układów iteracyjnych. Stosowane metody jakkolwiek wysoce nietrywialne nie są jednak zupełnie nowe. Na duże uznanie zasługuje bardzo pomysłowe, i jak się okazało skuteczne, połączenie technik z tak różnorodnych działów matematyki. Umiejętności te wskazują na bardzo dużą wiedzę i szeroki warsztat matematyczny, co jest moim zdaniem jedną z najważniejszych cech dojrzałego matematyka.

Omówienie prac [K1]-[K2].

Niech $\mathcal{R}$ oznacza rodzinę wszystkich zwartych, wielomianowo wypukłych i pluriregularnych podzbiorów $\mathbb{C}^N$. Zbiór ten jest, jak wykazał Klimek, zupełną przestrzenią metryczną, z metryką daną wzorem $\Gamma(A,B) = ||V_A - V_B||$. W pracy [K1] wykazano, że dla dla dowolnej rodziny odwzorowań wielomianowych regularnych $\mathcal{F} \subset \mathcal{P}_d$ układ iteracyjny

$$\mathcal{H}_{\mathcal{F}} : \mathcal{R} \ni E \to \mathcal{H}_{\mathcal{F}}(E) = \widehat{\left(\sum_{P\in\mathcal{F}} P^{-1}(E)\right)} \in \mathcal{R}$$

ma jedyny punkt stały ($\hat{A}$ oznacza otoczkę wielomianowo wypukłą zbioru A). Dodatkowo jeżeli $E \in \mathrm{HCP}(\alpha)$, to $\mathcal{H}_{\mathcal{F}}(E) \in \mathrm{HCP}(\alpha)$.

Udowodniono pewne uogólnione twierdzenie Banacha o punkcie stałym dla ciągu odwzorowań zwężających w przestrzeniach Banacha, które pozwoliło wykazać, że wypełniony zbiór Julii $K[P]$, dla pewnego ciągu odwzorowań wielomianowych, jest punktem stałym odpowiedniego ciągu układów iteracyjnych.

Główne wyniki obu prac dotyczą analityczności multifunkcji generowanych przez wypełnione zbiory Julii. Dla ciągu odwzorowań wielomianowych regularnych $P = (P_n) \subset \mathcal{P}_d$ wypełniony zbiór Julii

$$K[P] = \{z \in \mathbb{C}^N : ((P_n \circ \cdots \circ P_1)(z))_{n=1}^{\infty} \text{ jest ograniczony}\}$$

definiuje silnie analityczną multifunkcję $P \to K[P]$. Twierdzenie to zostało również uogólnione na przypadek pewnej specjalnej przestrzeni Banacha E_ρ macierzy nieskończenie wymiarowych, których wyrazami są odpowiednie regularne odwzorowania wielomianowe. Dla pewnych regularnych odwzorowań wielomianowych $P = [P_{n,j}]$ ($P \in \Omega_\rho \subset E_\rho$) i dla dowolnej rodziny ciągów $\Sigma_\rho = \{\sigma : \mathbb{N} \to \mathbb{N} : \sigma \leqslant \rho\}$, o wzroście ograniczonym przez funkcję ρ, zdefiniowany został częściowo wypełniony zbiór Julii generowany przez macierz P

$$k[P] = \sum_{\sigma \in \Sigma_\rho} K[(P_{n,\sigma(n)})].$$

Jego otoczka wielomianowa $K[P] = \widehat{k[P]}$ jest nazywana wypełnionym zbiorem Julii. Wykazano, że multifunkcja $k : \Omega_\rho \ni P \to k[P] \in \mathcal{R}$ jest ciągła i silnie analityczna. Natomiast multifunkcja $K : \Omega_\rho \ni P \to K[P] \in \mathcal{R}$ jest ciągła i słabo analityczna.

Podane zostały również pewne warunki, przy których oba zbiory Julii $k[P]$ i $K[P]$ mają własność Höldera.

Warto tu wspomnieć, że jednym z ważniejszych narzędzi dowodowych wykorzystanych w tych pracach jest formuła transformacyjna dla funkcji Greena, wykazana przez Klimka, tzn. dla pewnych odwzorowań wielomianowych $P \in \mathcal{P}_d$ zachodzi $V_{P^{-1}(E)} = d^{-1}V_E \circ P$.

Omówienie pracy [K3].

Praca dotyczy macierzy T operatorów afinicznych na zespolonej przestrzeni Banacha E. Wykazano w niej, że dla macierzy $[T_{n,j}]_{n \geqslant 1, 1 \leqslant j \leqslant \rho}$, której ilość wyrazów w kolumnie jest ograniczona przez funkcję ρ, i której wyrazy są kontrakcjami, ze stałymi kontrakcji jednostajnie ograniczonymi przez liczbę mniejszą od 1, ciąg $(T_{1,\sigma(1)} \circ \cdots \circ T_{n,\sigma(n)})(z)$ jest zbieżny do granicy $a(\sigma, T)$, niezależnej od $z \in E$. Jeżeli Ω_ρ oznacza zbiór takich macierzy, to odwzorowanie $a : \Sigma_\rho \times \Omega_\rho \ni (\sigma, T) \to a(\sigma, T) \in E$ jest ciągłe i holomorficzne względem T. Ponadto multifunkcja

$$A : \Omega_\rho \ni T \to A(T) = \{a(\sigma, T), \sigma \in \Sigma_\rho\} \in \kappa(E)$$

jest półciągła z góry. W szczególnym przypadku $E = \mathbb{C}^N$ multifunkcja A jest trywialnie analityczna. Zbiór $A(T)$ może być uważany za uogólnienie atraktorów klasycznych układów iteracyjnych. Wykazano, że uogólnione zbiory Cantora na płaszczyźnie mogą być otrzymane właśnie w ten sposób.

Główne techniki dowodowe opierają się na klasycznych metodach stosowanych w teorii przestrzeni Banacha i teorii układów iteracyjnych.

Omówienie pracy [K4].

Tematem tej pracy jest problem konstrukcji zbiorów na płaszczyźnie, dla których spełniona jest nierówność Łojasiewicza-Siciaka. Zbiory tego typu są otrzymane jako atraktory $A(S)$ pewnych układów iteracyjnych $S = \{f_1, \ldots, f_k\}$, tzn. są punktami stałymi odwzorowań

$$K \to \bigcup_{j=1}^{k} f_j(K).$$

Badane są również pewne topologiczne własności tych atraktorów. W teorii wielomianowej aproksymacji funkcji w klasach Carlemana, jak pokazał Gendre, bardzo ważne okazały się zbiory dla których spełnione są jednocześnie nierówności Höldera i Łojasiewicza-Siciaka. Wiadomo, że dla zbioru zwartego na płaszczyźnie jednostajna doskonałość implikuje własność Höldera. Praca ta jest źródłem nowych przykładów zbiorów spełniających nierówność Łojasiewicza-Siciaka. Uogólnia również pewne wyniki otrzymane przez Baribeau, Bruneta, Ransforda i Rostanda. Jej głównym rezultatem jest następujące twierdzenie

Twierdzenie. Niech $k \geqslant 2$, $a_1, \ldots, a_k \in (0,1)$ oraz $f_j : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ będą takie, że $|f_j(z) - f_j(w)| = a_j|z-w|$, dla $z, w \in \mathbb{C}$, $j = 1, \ldots, k$. Załóżmy, ze układ iteracyjny $S = \{f_1, \ldots, f_k\}$ spełnia warunek COSC (tzn. istnieje zbiór otwarty U taki, że $f_j(U) \subset U$ oraz dla każdego $j \neq l$ zachodzi $f_j(\bar{U}) \cap f_l(\bar{U}) = \emptyset$). Wtedy atraktor $A(S)$ jest jednostajnie doskonałym, całkowicie niespójnym zbiorem zwartym, dla którego zachodzi nierówność Łojasiewicza-Siciaka.

Metody dowodowe tej pracy w dużej mierze opierają się na pewnych własnościach klasycznej funkcji Greena na płaszczyźnie zespolonej i na własnościach miary harmonicznej.

Omówienie pracy [K5].

Według oświadczenia habilitantki jej udział w napisaniu tej pracy to rozdziały 4-6, dotyczące konstrukcji zbiorów Markowa za pomocą technik dynamiki zespolonej i układów iteracyjnych. Skonstruowana tutaj rodzina zbiorów całkowicie niespójnych i jednostajnie doskonałych jest szersza niż ta z pracy [K4] i zawiera m.in. rodzinę zbiorów typu Cantora rozważaną przez Lithnera. Konstrukcja ta opiera się na technikach używanych już w pracy [K3] dotyczących nieskończonych macierzy pewnych specjalnych odwzorowań afinicznych $T = [T_{n,j}]_{n \geqslant 1, 1 \leqslant j \leqslant \rho}$, gdzie $T_{n,j}(z) = a_{n,j}z + b_{n,j}$. Przy pewnych założeniach na funkcję wzrostu ρ i współczynniki odwzorowań afinicznych $a_{n,j}, b_{n,j}$ wykazano, że atraktor tego układu $A(T)$ jest jednostajnie doskonały. Bardzo interesującym pomysłem było również wykorzystanie pojemności logarytmicznej c na płaszczyźnie zespolonej i wykazanie oszacowania z dołu na pojemność logarytmiczną $c(A(T))$ tego atraktora.

Omówienie prac [K6]-[K7].

Jak wspomniano już wcześniej nierówność Höldera jest ściśle związana z nierównością Markowa. W ostatnich latach wykładnik Markowa $m(K)$ i związany z nim wykładnik

Höldera $\lambda(K)$ były przedmiotem intensywnych badań. Mają one ogromne zastosowanie w konstrukcjach sieci wielomianowych, jak również w obliczeniach numerycznych pojemności logarytmicznych pewnych zbiorów. W pracach [K6]-[K7] wykazano pewne oszacowania z dołu wykładników Höldera dla wypełnionych zbiorów Julii w przypadku jedno i wielowymiarowym.

Głównym wynikiem pracy [K7] jest następujące twierdzenie.

Twierdzenie. Niech $p : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ będzie wielomianem zespolonym stopnia $d \geqslant 2$. Niech F będzie zwartym wypukłym nadzbiorem wypełnionego zbioru Julii $K[p]$. Wtedy

$$\lambda(K[p]) \geqslant \frac{\log d}{\log(\max\{|p'(z)| : z \in F\})}.$$

W szczególności dla wielomianu kwadratowego $Q_c = z^2 + c$ mamy

$$\lambda(K[Q_c]) \geqslant \frac{\log 2}{\log(1 + \sqrt{1 + 4|c|})}.$$

Analogiczne wyniki zostały uzyskane w pracy [K6] dla wypełnionych zbiorów Julii $K[P]$ pewnych specjalnych nieskończonych macierzy odwzorowań wielomianowych w $\mathbb{C}^N$. Obie prace zawierają szereg konkretnych przykładów, dla których otrzymano dokładniejsze oszacowania wykładnika Höldera.

Techniki dowodowe obu prac opierają się na metodach teorii potencjału i pluripotencjału oraz dynamiki zespolonej. Ważną rolę odgrywa w nich również formuła transformacyjna dla funkcji Greena.

Ocena dorobku naukowego

Po doktoracie dr Marta Kosek opublikowała 11 prac w bardzo dobrych lub dobrych czasopismach o zasięgu międzynarodowym znajdujących się (w większości) na liście filadelfijskiej.

Liczba cytowań publikacji dr Marty Kosek wynosi 22 według bazy Web of Science, w tym 8 bez autocytowań. Natomiast prace jej są cytowane 27 razy przez 13 autorów według MR Citation Database. Należy jednak zaznaczyć, że prace wydane do 2000 roku, czyli te związane z pracą doktorską habilitantki były cytowane 17 razy, pozostałe już tylko 10 razy, a przy tym tylko 2 cytowania spośród tych 10 nie są autocytowaniami. Wynika stąd, że tematyka zainteresowań dr Marty Kosek (w szczególności prace z M. Klimkiem [K1]-[K3]), jakkolwiek w moim przekonaniu ciekawa, jest dosyć odległa od głównego nurtu dynamiki zespolonej. Pozostałe prace [K4]-[K7] zostały wydane w 2011 roku, bądź istnieją dopiero w wersji elektronicznej, mogły więc jeszcze nie zostać dostrzeżone przez szersze środowisko matematyczne.

Indeks Hirscha według bazy Web of Science wynosi 3, a sumaryczny impact factor to według listy Journal Citation Reports to 5,657.

Nie są to może liczby imponujące, biorąc jednak pod uwagę fakt, że tematyka badań dr Marty Kosek (szczególnie prace [K1]-[K3] dotyczące multifunkcji analitycznych) jest przedmiotem zainteresowań niewielkiego grona matematyków, to wynika z nich, że prace te zostały jednak dostrzeżone w środowisku matematycznym.

Pozostałe prace opublikowane po doktoracie, które nie weszły w skład rozprawy habilitacyjnej to:

[M4] M. Kosek, Zbiory Julii, materiały konferencyjne V Ogólnopolskich Warsztatów dla Młodych Matematyków „Teoria Aproksymacji", 73–78, Koło Matematyków Studentów, Uniwersytet Jagielloński, Kraków, 2003.

[M5] M. Kosek, Łojasiewicz-Siciak condition for the pluricomplex Green function, Function spaces IX, 197–203, Banach Center Publ., 92, Polish Acad. Sci. Inst. Math., Warsaw, 2011.

[M6] M. Kosek, Some novel ways of generating Cantor and Julia type sets, Ann. Polon. Math. 106 (2012), 207–214.

[M7] M. Kosek, Dynamical analytic multifunctions, Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A Math. RACSAM, on-line first, DOI 10.1007/s13398-013-0118-6.

Wszystkie te prace mają raczej charakter przeglądowy. Praca [M4] opisuje zbiory Julii na płaszczyźnie zespolonej i ich podstawowe własności, jak również zastosowania funkcji Greena w dynamice zespolonej.

W pracy [M5] zostały przedstawione znane wyniki dotyczące nierówności Łojasiewicza-Siciaka; podano również nowe sposoby konstruowania zbiorów, dla których ta nierówność zachodzi.

Twierdzenie. Niech $E_1, ..., E_k$ będą zwartymi, wypukłymi i symetrycznymi podzbiorami $\mathbb{R}^N$ o niepustych wnętrzach. Jeśli dla $E_1, ..., E_k$ spełniona jest nierówność Łojasiewicza-Siciaka, to dla $E_1 \cap \cdots \cap E_k$ także.

Praca [M6] zawiera porównanie konstrukcji złożonych zbiorów Julii do konstrukcji atraktorów uogólnionych układów iteracyjnych. Podano nieopublikowany dotąd przykład wypełnionego złożonego zbioru Julii, który nie jest wielomianowo wypukły.

Natomiast praca [M7] zawiera w sobie podstawowe definicje i własności multifunkcji analitycznych i ich zastosowanie w dynamice zespolonej i została napisana na podstawie wcześniejszych prac Baribeau, Roy'a, Ransforda, Klimka i prac habilitantki [K1]-[K3].

Ocena aktywności naukowej

Na szczególne podkreślenie zasługuje duża aktywność naukowa dr Marty Kosek. Brała ona udział w realizacji 11 projektów badawczych: w trzech z nich była kierownikiem (projekty w ramach wydziałowej rezerwy na badania własne, Wydział Matematyki i Informatyki UJ); była wykonawcą w trzech grantach KBN, dwóch projektach finansowanych przez rząd francuski, jednym granacie Szwedzkiej Królewskiej Akademii Nauk oraz w dwóch projektach w ramach wydziałowej rezerwy na badania własne.

W latach 1995-2013 dr Marta Kosek brała udział w ponad 30 warsztatach i konferencjach krajowych i międzynarodowych dotyczących analizy zespolonej, teorii aproksymacji i teorii pluripotencjału. Na dziewięciu z tych konferencji wygłosiła referaty. Warto również wspomnieć, że była ona autorką czterech plakatów, dotyczących wypełnionych zbiorów Julii, multifunkcji analitycznych i uogólnionych systemów iteracyjnych, prezentowanych podczas czterech konferencji. Habilitantka brała również udział w organizacji dwóch konferencji naukowych.

Jako studentka otrzymała trzykrotnie Stypendium Ministra Edukacji Narodowej (1991r.-1993r.), stypendium studenckie na Uniwersytecie Bochum w Niemczech (1992r.), stypendium Instytutu Matematycznego PAN (1998r.). Praca [K1] oraz dwie inne wcześniejsze prace dr Marty Kosek zostały nagrodzone w Konkursach Towarzystwa Asystentów Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Dr Marta Kosek odbyła w roku 2002 półroczny staż postdoktorski w Laboratoire de Mathématiques, Université Lille 1 – Sciences et Technologies. Poza tym uczestniczyła w krótszych i dłuższych wizytach naukowych w Lille (Francja), w Bochum (Niemcy), we Lwowie (Ukraina), w Uppsali (Szwecja).

Od 2006 roku dr Marta Kosek jest sekretarzem naukowym komitetu redakcyjnego Annales Polonici Mathematici. Jest również członkiem American Mathematical Society (od 1998 roku) i Mathematical Association of America (od 2009 roku).

Ocena dorobku dydaktycznego

Dr Marta Kosek ma bardzo duży dorobek dydaktyczny. Bierze aktywny udział w pracy dydaktycznej w Instytucie Matematyki UJ. Prowadziła ćwiczenia i wykłady z analizy matematycznej, algebry, topologii, funkcji zespolonych. Opracowywała materiały dydaktyczne z analizy matematycznej w ramach projektu z Europejskiego Funduszu Społecznego (2006 rok), prowadziła zajęcia i opracowywała materiały dydaktyczne w ramach "kierunków zamawianych" realizowanych w Instytucie Matematyki UJ.

Jest ona również popularyzatorką matematyki w krakowskich szkołach średnich, od 2008 roku organizuje wykłady popularnonaukowe dla uczniów VI LO w Krakowie. Od 3 lat bierze czynny udział w Małopolskiej Nocy Matematyków, gdzie prezentuje swoje plakaty o polskich matematykach.

Od 2000 roku dr Marta Kosek wypromowała 15 magistrantów. Za swoje osiągnięcia dydaktyczne i organizacyjne otrzymała w 2003 roku Nagrodę Zespołową III stopnia Rektora Uniwersytetu Jagiellońskiego, a w 2013 roku Medal Komisji Edukacji Narodowej.

Konkluzja

Podsumowując powyższe uwagi i opinie uważam, że rozprawa habilitacyjna *Teoria pluripotencjału i multifunkcje analityczne na gruncie dynamiki zespolonej* dr Marty Kosek stanowi trwały wkład w dziedzinach analizy zespolonej jednej i wielu zmiennych, a w szczególności w teorii pluripotencjału i dynamiki zespolonej. Jej dorobek naukowy, dydaktyczny i organizatorski spełniają wszystkie wymagania określone w *Ustawie o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki z dnia 14 marca 2003 r.* W związku z tym wnioskuję o nadanie **Jej** stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych w zakresie matematyki.

Rafał Czyż