

Streszczenie

Niniejsza rozprawa dotyczy geometrycznych i algebraicznych struktur przestrzeni Banacha oraz $*$ -algebr Banacha, ze szczególnym uwzględnieniem izometrii liniowych i nieliniowych, a także operacji algebraicznych takich jak mnożenie, z zastosowaniem technik zarówno Analizy Funkcjonalnej liniowej i nieliniowej, geometrii przestrzeni Banacha, jak i abstrakcyjnej analizy harmoniczej.

Praca opiera się na trzech artykułach naukowych opublikowanych w międzynarodowych, recenzowanych czasopismach: dwóch artykułach jednoautorskich oraz jednym współautorskim, napisanym wspólnie z promotorem, opublikowanych w czasopismach *Proceedings of the American Mathematical Society*, *Studia Mathematica* oraz *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh Section A: Mathematics*.

Głównym tematem rozprawy jest analiza autoizometrii w przestrzeniach typu Tsirelsona, w szczególności w kombinatorycznych przestrzeniach Tsirelsona $T[\theta, \mathcal{S}_\alpha]$, gdzie $0 < \theta < \frac{1}{2}$ oraz \mathcal{S}_α oznacza rodzinę Schreiera rzędu α , dla $1 \leq \alpha < \omega_1$.

Przedstawiono pełny opis liniowych, suriektywnych izometrii w tej klasie przestrzeni, a uzyskane wyniki zostały zastosowane do rozwiązania problemu Tingley'a w tym konkretnym kontekście – długo nierozstrzygniętego zagadnienia dotyczącego możliwości rozszerzenia izometrii sfery na całą przestrzeń. Wyniki te stanowią wkład w rozwijającą się literaturę poświęconą rozwiązywaniu problemu Tingley'a w nieklasycznych przestrzeniach Banacha.

W powiązonym kierunku w rozprawie badana jest również otwartość mnożenia w przemiennych, gładkich $*$ -algebrach Banacha oraz ich związek z wymiarem pokryciowym przestrzeni zwartej, na której te algebry są zdefiniowane. Wspólnie z promotorem ustalono ogólne warunki, w których mnożenie jest otwarte, oraz przedstawiono pełną charakterystykę (jednostajnej) otwartości w algebrach ciągłych funkcji zespolonych w zależności od wymiaru pokryciowego. Wykazano również, przy użyciu technik ultrapotęgowych, że pewne własności strukturalne grup dyskretnych – takie jak istnienie elementów o dowolnie dużym rzędzie – uniemożliwiają jednostajną otwartość spłotu w ich algebrach grupowych ℓ_1 .

Podsumowując, uzyskane wyniki podkreślają wspólny motyw: stabilność struktur funkcjonalnych w przestrzeniach Banacha względem przekształceń liniowych, nieliniowych i dwuliniowych.

04.07.2025r.

Natalie Maślany