

dr hab. Szymon Głąb
Instytut Matematyki
Politechnika Łódzka
Łódź, 10 lipca 2024

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym Pani dr Joanny Jureczko

Przedstawione osiągnięcie *Niemierzalne zbiory i sumy zbiorów* oparte jest na monografii *On non-measurable sets and unions* przez Akademicką Oficynę Wydawniczą EXIT w 2023 roku. Zgodnie z autoreferatem w skład monografii wchodzi wyniki zawarte w pięciu opublikowanych artykułach i czterech preprintach umieszczonych w repozytorium arXiv.

Dorobek dr Jureczko obejmuje 15 opublikowanych artykułów i jedną monografię. Z bibliograficznego punktu widzenia dorobek nie wygląda dobrze – większość prac jest opublikowana w słabo punktowanych czasopismach. Trzy z 15 prac autorki nie są indeksowane przez bazę Mathematical Reviews. Warto poświęcić trochę miejsca lekturze recenzji zamieszczonych w MathScinNet oraz zbMATH.

- W recenzji Zbl 1390.03041 Yair Hayut (Jerusalem) czytamy *The paper contains many typos and it can be quite difficult to follow.*
- Zbl 1525.28008 Petr Holický (Praha): *The presented proof of the statement on the point-finite families without the cardinality assumption is incomplete. Moreover, we noticed that if μ is the two-valued measure on $(X, 2^X)$ which witnesses that the cardinal of X is measurable, it satisfies assumptions of the statement and gives a counterexample for the improved result for the family of singletons in X .*
- MR3757464 Claribet Piña: *Each of these three results, on the other hand, had been proved already or is a natural generalization of a known result*
- MR3827169 Diego Alejandro Mejá - w tej długiej i druzgocącej recenzji wykazano, że praca zawiera fałszywe wyniki.
- MR3954015 Klaas Pieter Hart: *Unfortunately, during the proof of the latter theorem, the symbol I is also used for a maximal κ -complete ideal on κ . This makes checking the correctness of the proof a bit awkward.*
- MR4036594 Piotr Borodulin-Nadzieja: *However, it contains several unusual, unclear, and unfortunate statements and it is difficult to verify its correctness.*

W obliczu takich recenzji ciśnie się na usta pytanie: czy te prace można nadal zaliczyć do dorobku? Gdybyśmy je odrzucili zostałyby bardzo niewiele. Zauważmy jeszcze, że dorobek dr Jureczko jest całkowicie ignorowany przez środowisko matematyczne – żadna z jej publikacji nie doczekała się cytowania przez innych matematyków.

Przejdźmy do oceny osiągnięcia. Pierwsze trzy rozdziały monografii zawierają wiadomości wstępne. Opis moich spostrzeżeń rozpocznę od czwartego rozdziału, a zakończę na rozdziale dziewiątym. Ocenę więc tylko drugą część monografii. Oto moje obserwacje

- str. 15: definicja drzewa doskonałego jest niepoprawna. Według tej definicji jest tylko jedno drzewo doskonałe - drzewo pełne na $\{0, 1\}$.
- str. 16: definicja drzewa Levera jest niepoprawna
- str. 62: Lemat 4.1 jest fałszywy. Wystarczy wziąć za A rodzinę ciągów z 2^ω zaczynających się od 0, a za T wszystkie ciągi skończone zaczynające się od 1. Wtedy $\mathcal{F}_{[Q]} = \emptyset$ dla każdego $Q \leq P$.
- str. 64: Lemat 4.2 jest fałszywy – dokładnie ten sam kontrprzykład, co dla Lematu 4.1 działa tutaj.
- str. 66: Nie wiadomo w jaki sposób Wniosek 4.1 wynika z Twierdzenia 4.1. Aby tak było, to założenia Twierdzenia musiały by być spełnione. Zgodnie z [Ciesielski, K.; Pawlikowski, J. Continuous images of big sets and additivity of s_0 under CPA_{prism} . Real Anal. Exchange 29(2003/04), no.2, 755–762.] istnieje model ZFC, w którym addytywność ideału s_0 wynosi $\omega_1 < \mathfrak{c}$. Zatem biorąc za \mathcal{F} rodzinę zbiorów z s_0 mocy ω_1 taką, że $\bigcup \mathcal{F} \notin s_0$, zbiór $\mathcal{F}_{[Q]}$ ma moc najwyżej ω_1 dla każdego $Q \leq T$. Zatem założenia niesprzecznie nie są spełnione.
- str. 68: Lemat 5.1 jest fałszywy. Wystarczy wziąć za M rodzinę $[\emptyset, 2\mathbb{N}]$ oraz $[a, A] = [\emptyset, \mathbb{N} \setminus 2\mathbb{N}]$. Wówczas dla dowolnego $[b, B] \subset [a, A]$ mamy $\mathcal{F}_{[b, B]} = \emptyset$.
- str. 70: Wniosek 5.1 budzi podobne wątpliwości, co Wniosek 4.1. Brakuje wyjaśnienia, jak wynika z Twierdzenia 5.1. W pracy [Kalemba, P.; Plewik, Sz.; Wojciechowska, A. On the ideal (v^0) . Cent. Eur. J. Math.6(2008), no.2, 218–227.] można przeczytać, że addytywność ideału zbiorów zerowych Ramseya jest niesprzecznie mniejsza niż continuum. Zatem podobnie jak dla Twierdzenia 4.1, założenia Twierdzenia 5.1 nie są niesprzecznie spełnione.
- str.72-73: Dowód Twierdzenia 6.1 zawiera błąd. Pod koniec dowodu bierze się zbiór dowolny B_0 taki, że $B_0 \notin I_{\mathcal{F}^*}$ oraz $|A_0 \cap B_0| = \kappa$. Zbiór $B_0 = \kappa$ spełnia te warunki. Dalej jest stwierdzenie,

że istnieje permutacja κ , która przekształca podzbiór właściwy A_0 zbioru κ na B_0 , co dla $B_0 = \kappa$ nie jest to możliwe.

- str. 74: Zdanie 'Since $[\kappa]^{<\kappa} \subset I$ and in presence of Theorem 6.1, the union $\bigcup_{\alpha \in B} F_\alpha$ is meager for each $B \in [\kappa]^\kappa$ ' jest zupełnie niejasne. Twierdzenie 6.1 w żaden sposób tu nie pasuje.
- str. 78: dowód Twierdzenia 7.1 zawiera zdanie: *Since $I_{\mathcal{F} \cap U}$ is not maximal, we can choose a set $S^U \in I_{\mathcal{F} \cap U}^+$ such that $\kappa \setminus S^U \in I_{\mathcal{F} \cap U}$.* Po pierwsze Twierdzenie 1.3 mówi, że istnieje odpowiednie S^U , ale nic poza tym. Nie ma komentarza, dlaczego mamy tu dowolność wyboru tego zbioru. Po drugie brak maksymalności ideału I na κ oznacza, że istnieje taki zbiór $A \subset \kappa$, że $A \in I^+$ oraz $\kappa \setminus A \in I^+$. Tymczasem nawet bez założenia maksymalności zawsze można znaleźć taki zbiór $A \in I^+$, że $\kappa \setminus A \in I$ – wystarczy wziąć $A = \kappa$.
- str. 82: definicja gry α -favorable jest bez sensu. Według niej $\mathcal{G}(I)$ jest α -favorable, jeśli dla pewnego przebiegu gry gracz α wygrywa. A jeśli dla innego przebiegu gry gracz α nie wygrywa, to co? Gra jest i nie jest jednocześnie α -favorable?
- str. 82: Definicja gry $\mathcal{G}_1(I)$ budzi wątpliwości. Definicja I -funkcji podana na stronie 18 ma sens jedynie gdy mamy rodzinę takich funkcji. Tymczasem tu są używane jako pojedyncze byty. W definicji I -funkcji mowa jest jedynie o ich dziedzinie (podzbiór κ), a nic o obrazie (czy można zatem założyć, że działają w \mathbb{R} ?). Definicja mówi, że $\mathcal{G}_1(I)$ jest α -favorable, jeśli gracz α może kontynuować grę w nieskończoność. Tymczasem, w dowodzie Twierdzenia 8.4 zakłada się, że $\mathcal{G}(I_{\mathcal{F} \cap U})$ jest α -favorable, a następnie stwierdza się, że to oznacza, że gracz α ma strategię wygrywającą. Wygląda na to, że autorka nie traktuje poważnie definicji, które formułuje. Albo, że nie rozumie, co to jest strategia wygrywająca.
- str. 86–87: W dowodzie Lematu 9.1 kilka razy jest użyte stwierdzenie, że można bez straty ogólności założyć pewne własności. Nie wiem, dlaczego można założyć, że $\mathcal{I}_{\mathcal{F}}$ jest everywhere precipitous. Nie wyjaśniono dlaczego możemy założyć, że $\text{sat}(\mathcal{I}_{\mathcal{F}}) > \omega$ – nie zdefiniowano nawet nigdzie $\text{sat}()$.
- str. 87: Po Lemacie 9.1 pojawia się informacja, że Wniosek 9.1 wynika bezpośrednio z Lematu 9.1 i Twierdzenia 7.1. Problem w tym, że w teza Wniosku 9.1 mówi, że κ jest liczbą mierzalną, podczas gdy Lemat 9.1 i Twierdzenie 7.1 nic o tym nie mówią.
- str. 87: W dowodzie Twierdzenia 9.1 autorka używa twierdzenia 1.16, które mówi, że, przy pewnych założeniach, miarę Lebesgue'a można rozszerzyć do miary κ -addytywnej zdefiniowanej na wszystkich podzbiorach prostej. A używa go, by stwierdzić, że dowolna miara κ -addytywna

rozszerza miarę Lebesgue'a! Dr Jureczko wydaje się nie odróżniać kwantyfikatorów: szczególnego i ogólnego.

W tym momencie przestałem dalej analizować monografię. Lista usterek wychwyconych przeze mnie jest zdecydowanie daleka od zupełności, ale reprezentatywna. W rozdziałach 4-9 nie znalazłem ani jednego rozumowania, które nie budzi wątpliwości. Na podstawie przedstawionej do oceny monografii nie można wnioskować, że jej autorka opanowała choćby podstawy warsztatu matematycznego. Wartość poznawcza osiągnięcia, w moim odczuciu, jest zerowa.

Przedłożone osiągnięcie, według mnie, nie spełnia w najmniejszym nawet stopniu formalnych (kryteria stawiane w Ustawie o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki) i zwyczajowych oczekiwań od habilitacji w dyscyplinie matematyka i oceniam je **skrajnie negatywnie**.