

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym dr Joanny Jureczko

1. INFORMACJE OGÓLNE

Pani dr Joanna Jureczko ukończyła studia matematyczne na Uniwersytecie Śląskim w 2001 roku i tamże uzyskała stopień doktora nauk matematycznych, na podstawie rozprawy napisanej pod kierunkiem dr. hab. Mariana Turzańskiego i obronionej w roku 2007. Oprócz tego w roku 2004 Habilitantka ukończyła studia licencjackie na Wydziale Artystycznym UŚ.

Dr Jureczko jest obecnie adiunktem na Wydziale Informatyki i Telekomunikacji PWr; uprzednio pracowała na UKSW w Warszawie i w Wyższej Szkole Bankowej w Poznaniu.

W toczącym się postępowaniu jako osiągnięcie naukowe Habilitantka przedstawiła książkę swojego autorstwa

[M] *On nonmeasurable sets and unions*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2023.

Pozycja ta, nazywana w autoreferacie monografią, liczy 156 stron i prezentuje, między innymi, rezultaty zawarte w

- (i) dwóch artykułach opublikowanych w *Georgian Mathematical Journal* w roku 2019 (w obu współautorem jest R. Frankiewicz, w jednym dodatkowo B. Węglorz);
- (ii) trzech pracach własnych z lat 2019-23;
- (iii) czterech preprintach własnych umieszczonych na portalu ARXIV w ostatnim czasie.

2. ROZPRAWA HABILITACYJNA

Ta część recenzji poświęcona jest krytycznej analizie tych rozdziałów publikacji [M], w których autorka prezentuje swoje własne rezultaty.

2.1. Rozdział 3. Habilitantka przedstawia tu własny dowód pewnego twierdzenia z 1967 roku, cytując swój preprint [50]. W drugiej linijce dowodu rozważa π -bazy przestrzeni topologicznej złożone ze zbiorów parami rozłącznych, a takie rodziny istnieją tylko w przestrzeni dyskretnej. Niezależnie od tego nieporozumienia w dowodzie następuje zdanie *one can construct...* podane bez uzasadnienia. Cały argument nie jest więc poprawny.

Następny fakt (Theorem 3.18), również pochodzący z [50], ma zupełnie oczywistą tezę (podstawny $\mathcal{F}' = \mathcal{F}$), natomiast dowód jest z gruntu fałszywy. Podaje się tu definicję

zbioru A , który może być, jak to widać na prostych przykładach, pusty choć twierdzi się, że jest on stacjonarny.

2.2. Rozdziały 6, 7 i 8. Dowód Theorem 6.1 wymaga ujednoczenia oznaczeń; symbole $F^*(\alpha)$ i F_α^* najwyraźniej oznaczają ten sam obiekt.

Theorems 7.1 i 8.4 pochodzą z publikacji własnej Joanny Jureczko; w obu wynikach teza jest w zasadzie taka sama, choć wyrażona w odmiennych terminach. Bardzo trudno jest przebrnąć przez dowody obu faktów, na przykład na początku strony 84 pojawia się przeliczalny przekrój i deklaracja, że jest on niepusty. Nie jest to jednak uzasadnione.

Moja podstawowa wątpliwość co do poprawności dowodów 7.1. i 8.4 wiąże się z tym, że metoda dowodu zdaje się kłócić z wynikiem 6.1. Ustala się rodzinę \mathcal{U} parami rozłącznych zbiorów otwartych o sumie gęstej w całej przestrzeni i jak to zaznacza autorka, *Without loss of generality we can assume that $|\mathcal{U}| > 1$* . Przy tak ogólnym ustaleniu trudno spodziewać się oczekiwanej konkluzji skoro owa rodzina może składać się z dwóch elementów, a na obu częściach może zachodzić zjawisko opisane w 6.1 (rozważany ideał trywializuje się).

Wyniki z wymienionych tu rozdziałów jako źródło podają artykuł [44] autorki. Tymczasem na portalu ARXIV (pod numerem 1706.08849v2) istnieje konkurencyjny, zawierający ten sam rezultat, preprint *A short mathematical proof of Frankiewicz - Kunen theorem*, autorstwa R. Frankiewicza i J. Jureczko. Pozostawiam ten fakt bez komentarza.

2.3. Rozdział 9. Tutaj główny wynik (9.1) zakłada istnienie liczb rzeczywiście mierzalnych $\leq \mathfrak{c}$ choć twierdzenie jest anonsowane jako *true in ZFC only*. Jest to formalnie poprawny, ale dość dziwny sposób prezentowania rezultatu tego typu.

W pierwszej części dowodu definiuje się pracowicie dobrze znany obiekt (algebrę miary jako przestrzeń metryczną), przy czym uzasadnienie zupełności takiej przestrzeni nie jest do końca poprawne. Na dole strony 87 numeruje się wszystkie punkty z $[0, 1]$, a następnie rozdziela je parami rozłącznymi zbiorami otwartymi (tak jest!). Jest to oczywisty absurd jeśli brać pod uwagę naturalną topologię odcinka, a inna się tu nie pojawia.

2.4. Rozdział 12. Z kontekstu należy rozumieć, że μ oznacza tu miarę Lebesgue'a (w dalszym ciągu rozważa się algebrę tej miary). Początkowy lemat zakłada (w uproszczeniu), że dany zbiór $A \subseteq [0, 1]$ miary dodatniej można podzielić na dwa zbioru miary dodatniej A_0, A_1 , przy czym $\mu(A_0) \leq \mu(A_1)$ (co jest prawdą dla każdej miary bezatomowej). Teza lematu orzeka, że wtedy $\mu(A_0) \geq \mu(A)/3$ i to rzecz jasna nie musi być spełnione. Miałem nadzieję, że wkradła się tu prosta literówka, ale w następnym lemacie autorka twierdzi, że jeżeli $\mu(A_{f|n}) \geq 3^{-n}$ dla każdego n to ciąg $\mu(A_{f|n})$ dąży do zera. Trudno mi odczytać, skąd taki kierunek nierówności.

Samo sformułowanie głównego rezultatu jest przedziwne, jest postaci $(i) \Leftrightarrow (ii)$, gdzie wiadomo, że zdanie (ii) jest prawdziwe. W dowodzie występuje definicja obiektu \mathcal{C}_f która jest niepoprawna z przyczyn formalnych i dalsza analiza dowodu jest problematyczna (ta niepoprawność jest w stylu $\{n : \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} = 1/2\}$). Jeśli jednak odczytać, że chodzi tu po prostu o $\mathcal{C}_f = \{A_{f|n} : n \in \omega\}$ to i tak następujące stwierdzenia o rodzinach \mathcal{A}_f są

zbyt enigmatyczne (ale zdają się sugerować, że na zbiorze przeliczalnym istnieje nieprzeliczalna rodzina zbiorów parami rozłącznych). Sądzę, że nieporozumienie pojawiło się już w poprzednim lemacie 12.2, gdzie występuje rodzina $\{A_{f|n} : f \in 2^\omega, n \in \omega\}$, która jest przeliczalna, jako że jej oczywisty opis to $\{A_\sigma : \sigma \in [\omega]^{<\omega}\}$.¹

W kontekście tych zarzutów, przytaczam zdanie autorki ze wstępu do rozdziału

It is worth mentioning that in 1991 Kamburelis, in [52], gave combinatorial proofs of Gitik-Shelah Theorem, but his proof was still very difficult from the technical point of view, especially through a large number of auxiliary lemmas and additional nonstandard notions.

Jest to stwierdzenie zaiste śmiałe: po pierwsze piękny dowód Kamburelisa obejmuje dwa główne zastosowania twierdzenia Gitika-Shelaha (dowolną algebrę miary i kategorii), po drugie [M] proponuje prostszy dowód jedynie w przypadku miary Lebesgue'a i jest to argument, który nie trzyma się żadnych standardów rozumowania matematycznego.

2.5. Rozdział 16. Twierdzenie 16.5 z pracy Jureczko [45] jest jawnie fałszywe, co zauważył już recenzent ZENTRALBLATT: kontrprzykładem jest uniwersalna miara dwuwartościowa, która jest, z oczywistych przyczyn, doskonała oraz partycja uniwersum na singletony. Kontrprzykład taki nie działa tylko w przypadku, gdy uwierzymy, że autorka wykazała nieistnienie liczb mierzalnych.

Twierdzenie 16.7 (które jest anonsowane jako wynik własny) jest szczególnym przypadkiem twierdzenia Fremlina, patrz [29], Theorem 10.E(d).

2.6. Podsumowanie. Wymienione powyżej uwagi powstały w efekcie analizy połowy rozdziałów 3-16 prezentujących wyniki własne Habilitantki. Powstała dość długa lista zarzutów bardzo poważnej natury i to skłania mnie do odstąpienia od dokładniejszej lektury innych fragmentów. Chcę jednak stwierdzić, że większość pozostałych rezultatów własnych skupia się na analizie twierdzeń z pracy Frankiewicza i Kunena [28] i testowania ich idei, stojących za rozwiązaniem problemu Kuratowskiego, w wybranych strukturach. Trudno doszukać się w badaniach Habilitantki istotnie nowych idei i znaczących twierdzeń.

3. [M] JAKO MONOGRAFIA

Rozdział 1 poświęcony jest wprowadzeniu wielu pojęć i przytoczeniu pewnych podstawowych faktów z teorii mnogości, topologii i teorii miary. Zaczniemy od wyliczenia najbardziej widocznych błędów:

- (1) 1.26 podaje twierdzenie Baire'a, a 1.27 jego oczywiste przeformułowanie choć w tym drugim przypadku brakuje kluczowego słowa *open*.
- (2) Definicja punktu izolowanego na stronie 27 jest fałszywa.
- (3) Warunek (ii) w Theorem 1.35 jest niepoprawnie sformułowany.

¹Inna rzecz, że w sformułowaniu lematu mówi się o podzbiorze $[0, 1]$ miary dodatniej i dodatkowo zakłada, że jest on mocy \mathfrak{c} , co jest oczywiście założeniem zbędnym.

- (4) Definicja przestrzeni metrycznej na stronie 29 jest niekompletna.
- (5) Definicja punktu gęstości zbioru jest, logicznie rzecz biorąc, nieskładna i dość nie-ortodoksyjna. Trudno też zgadnąć, jakiej ogólności to pojęcie ma dotyczyć. Jeśli μ jest *nontrivial measure* w sensie 1.1.11 to Theorem 1.46 jest oczywiste. Natomiast w ogólniejszym przypadku, 1.46 jest fałszywe.
- (6) Definicja miary doskonałej w 1.3.6 ma istotną usterkę, która wypacza sens tego pojęcia (miara Lebesgue'a przestaje być doskonała). Poza tym autorka myli tutaj pojęcie *a measure space* z terminem *a measurable space*.
- (7) Theorem 1.52 jest, w zależności od przyjętej terminologii, z gruntu fałszywe lub nie ma sensu.

Inne grzechy zawartości rozdziału wstępnego to

- (i) odwoływanie się do pojęć, które są zdefiniowane w dalszym ciągu;
- (ii) opatrywanie etykietą Theorem zarówno istotnych faktów, jak i banalnych wniosków z definicji (patrz na przykład Theorem 1.18 i 1.25);
- (iii) powtarzanie tych samych faktów w różnej szacie (typowe przykłady: Theorem 1.47 versus 1.48 oraz warunki (i) i (ii) w Theorem 1.51);
- (iv) niedbałość (zdanie *Both the above notions...* przed Theorem 1.50 nie ma sensu, w 1.2.18 jest zdanie *A Borel set is called of additive class α if it is a family...* etc.).

W rozdziale drugim omawia się klasyczne konstrukcje zbiorów niemierzalnych. Zapewne w zamyśle autorki, ta część miała być w miarę przystępnie napisana i dlatego należy tu wytknąć brak uzasadnienia, że zbiory doskonałe na prostej są mocy \mathfrak{c} (w kontekście tego, że w rozdziale pierwszym znajdują się wyjaśnienia bardziej oczywistych faktów). Tym bardziej brakuje wyjaśnienia na początku dowodu Theorem 2.2, to jest odwołania się do prawa 0-1 Kołmogorowa.

Wspomniane wyżej usterki pojawiają się też w dalszych rozdziałach. Wspomnę tylko, że w sformułowaniu Theorem 3.2 występuje termin *completely separable space* i, nawet jeśli odczytać to jako przestrzeń polską, to i tak dalej nie wiadomo, co rozumie się pod określeniem *outer Lebesgue measure* na takiej przestrzeni.

W uzupełnieniu słowo o języku. Nie komentuję tutaj poprawności tekstu w języku angielskim (w myśl zasady *kto jest bez grzechu, niech pierwszy rzuci kamieniem*). Chcę jednak odnotować zwodniczą prostotę niektórych zdań (patrz strona 50):

In both above cases one can say that a space X has Kuratowski partition if there is such a partition in X .

oraz zaznaczyć, że czasami składnia wymyka się spod kontroli (strona 71):

It seemed that the knowledge of such K -ideal could help to determine whether a given space has Kuratowski partition. Unfortunately, it is not so because as will be shown the structure of such K -ideal can be a Fréchet ideal, so not precipitous or includes a Fréchet ideal and be a subideal of some complete ideal (not necessary proper). For "decoding" Kuratowski partition from

a given K -ideal one need more information about topology of the space in which the ideal is considered. Thus as shown in Theorems 6.1 and 6.2, no characterisation of a space given by a K -ideal is possible.

W świetle tego, że tekst książki zawiera tak dużą ilość błędów i niedokładności, zachodzi obawa, że nikt tego tekstu poważnie nie studiował.²

4. CAŁOŚĆ DOROBKU NAUKOWEGO

Dr Jureczko jest autorką lub współautorką 15 artykułów matematycznych o charakterze badawczym; przy czym 12 z nich znajduje się w bazie MATHSCINET. Prócz tego Habilitantka ma w swoim dorobku znaczącą ilość publikacji (w formie artykułów i rozdziałów w książkach) poświęconych dydaktyce matematyki i kilka pozycji z zakresu zastosowań matematyki w naukach inżynierskich.

Dorobek czysto matematyczny jest bardzo skromny. Habilitantka posiada tylko kilka publikacji w czasopiśmie specjalistycznym o dużym zasięgu (rangi Bull. Sci. Math. czy Topology Appl.), a MATHSCINET notuje w tej chwili 11 cytowań autorki i są to wyłącznie autocytowania. Trudno więc mówić o jakimkolwiek wpływie tego dorobku na badania innych matematyków. Z tego powodu, w świetle poważnych zastrzeżeń co do poprawności wielu fragmentów [M], moja ocena osiągnięcia naukowego jest zdecydowanie negatywna. Tym samym nie omawiam innych aspektów kariery naukowej kandydatki i ‘pozostałego dorobku’, prac z listy jej publikacji niewchodzących w skład osiągnięcia naukowego.³

5. KONKLUZJA

Książka dr Joanny Jureczko, przedstawiona jako osiągnięcie naukowe, nie spełnia wymagań ustawowych i zwyczajowych oczekiwań środowiska matematycznego, jako że nie wnosi istotnego wkładu do uprawianej przez nią dziedziny matematyki. Dlatego **nie popieram** wniosku o nadanie Habilitantce stopnia doktora habilitowanego.

Muszę w tym miejscu podkreślić, że moja ocena jest skrajnie negatywna. Współczesna matematyka wymaga precyzyjnych sformułowań i kompletnych, poprawnych dowodów. Publikacja książkowa [M], która jest tu głównym przedmiotem oceny, rażąco ten paradygmat narusza.

²Recenzentem redakcyjnym był Aleks Kirtadze (Tbilisi).

³Odnoszę tu fakt, że recenzenci MATHSCINET wyrazili szereg zarzutów do tych publikacji; w szczególności MR3827169 wytyka wiele nieścisłości w pracy *On Banach and Kuratowski theorem, K -Lusin sets and strong sequences* z Open Math. 16 (2018).