

prof. dr hab. Leszek Słomiński
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
Wydział Matematyki i Informatyki
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń

Toruń, 28 marca 2025 r.

RECENZJA W POSTĘPOWANIU HABILITACYJNYM
DRA MARCINA PITERY

1. Dane o karierze naukowej

Kariera naukowa Marcina Pitery związana jest z Wydziałem Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. W 2010 roku ukończył na nim studia matematyczne i uzyskał dyplom magistra matematyki. Z kolei w roku 2015 obronił tam rozprawę doktorską zatytułowaną „Selected problems on discrete time stochastic control for dynamic risk and performance measures”.

Począwszy od 2014 roku do chwili obecnej Marcin Pitery pracuje na Uniwersytecie Jagiellońskim kolejno na stanowiskach asystenta (do 2017 roku) i adiunkta.

2. Ocena osiągnięcia naukowego

Rozprawę habilitacyjną dra Pitery na temat „Długookresowe problemy sterowania stochastycznego z kryterium wrażliwym na ryzyko oraz powiązane funkcje celu” tworzy cykl związanych tematycznie dziewięciu publikacji:

- [H1] Long run risk sensitive portfolio with general factors, *Math. Method Oper. Res.*, 83, 265–293, 2016 (wspólna z Ł. Stettnerem),
- [H2] Discrete-time risk sensitive portfolio optimization with proportional transaction costs, *Math. Finance*, 33 No. 4, 1287–1313, 2023 (wspólna z Ł. Stettnerem),
- [H3] Long-run risk sensitive dyadic impulse control, *Appl. Math. Opt.*, 84 No. 1, 19–47, 2021 (wspólna z Ł. Stettnerem),
- [H4] Risk sensitive optimal stopping, *Stoch. Process. Their Appl.*, 136, 125–144, 2021 (wspólna z D. Jelito i Ł. Stettnerem),
- [H5] Long-run risk sensitive impulse control, *SIAM J. Control. Optim.*, 58 No. 4, 2246–2468, 2020 (wspólna z D. Jelito i Ł. Stettnerem).
- [H6] A unified approach to time consistency of dynamic risk measures and dynamic performance measures in discrete time, *Math. Oper. Res.*, 43 No. 1, 203–221, 2018 (wspólna z T.R. Bieleckim i I. Cialenco),
- [H7] Utility-based acceptability indices, *SIAM J. Financ. Math.* 15 No. 2, SC28–SC40, 2024 (wspólna z M. Rásony),
- [H8] Existence of bounded solutions to multiplicative Poisson equations under mixing property, *ESAIM: COCV*, 30 id. 49, 2024 (wspólna z Ł. Stettnerem),

[H9] Blackwell optimality and policy stability for long-run risk sensitive stochastic control, SIAM J. Control. Optim., 62 No. 6, 3172–3194, 2024 (wspólna z N. Bäuerle i Ł. Stettnerem).

Wszystkie prace ukazały się w bardzo dobrych czasopismach matematycznych. Treść rozprawy podsumowana jest w dobrze zredagowanym szczegółowym auto-referacie. Współautorzy prac N. Bäuerle, T.R. Bielecki, I. Cialenco, D. Jelito i Ł. Stettner dołączyli do dokumentacji oświadczenia stwierdzające o istotnym, proporcjonalnym wkładzie habilitanta w powstanie wspólnych prac. Ponieważ prace przedstawione jako rozprawa habilitacyjna stanowią cykl artykułów powstałych i opublikowanych po doktoracie, o wspólnej tematyce, więc w mojej opinii przedłożona rozprawa spełnia formalne wymogi ustawy o stopniach naukowych i tytułach naukowych, i w szczególności stanowi osiągnięcie naukowe w rozumieniu tejże ustawy.

Celem rozprawy habilitacyjnej dra Pitery jest badanie różnorodnych zagadnień sterowania stochastycznego z kryterium wrażliwym na ryzyko, co oznacza, iż rozważane funkcje celu wykorzystują postać entropijnej miary użyteczności z parametrem $\gamma \in \mathbb{R}$ opisującym poziom awersji do ryzyka. Badana w rozprawie problematyka jest trudna technicznie i ważna ze względu na naturalną interpretację ekonomiczną.

Poniżej opiszę główne rezultaty z prac wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej dra Pitery.

W pracy [H1] badana jest długookresowa wrażliwa na ryzyko optymalizacja portfela finansowego z normami wagowymi i niejednostajnie ergodycznymi czynnikami ryzyka. Głównym przedmiotem badań jest powiązane z tym zagadnieniem równanie Bellmana, które analizuje się wykorzystując metodę tzw. span-kontrakcji. W ważnym twierdzeniu 1 dowodzi się najpierw, że związany z badanym równaniem operator Bellmana jest lokalną kontrakcją względem odpowiedniej normy wagowej. Dowód twierdzenia jest wielokrokowy i trudny technicznie. Następnie korzystając z twierdzenia 1 dowodzi się, że operator Bellmana jest w istocie globalną kontrakcją dla wszystkich parametrów $\gamma \in (\gamma_0, 0)$ dla pewnego ustalonego parametru $\gamma_0 < 0$ wynikającego z zadanych założeń. Pozwala to w efekcie na wyznaczenie rozwiązania badanego równania Bellmana. Rezultaty z [H1] w ciekawy sposób rozszerzają wcześniejsze wyniki Stettnera z 1999 r. na przypadek nieograniczony i niejednostajnie ergodyczny.

W kolejnej pracy [H2] badana jest długookresowa wrażliwa na ryzyko optymalizacja portfela finansowego z kosztami transakcji przy założeniu niezależności i stacjonarności stóp zwrotu rozważanych aktywów. Tak jak w poprzedniej pracy przedmiotem badań jest odpowiednie równanie Bellmana. Głównymi wynikami pracy są twierdzenia 4.2 i 4.3. W pierwszym z nich pokazano, że jeżeli $\gamma > 0$, to równanie Bellmana posiada rozwiązanie, co pozwala na wyznaczenie optymalnej

strategii. Z kolei w twierdzeniu 4.3 udowodniono, że jeżeli $\gamma < 0$, to istnieje tylko rozwiązanie tzw. rekurencyjnego równania Bellmana. Dowody obu twierdzeń są wielokrokowe i wymagają różnorodnych argumentów. Warto dodać, że w twierdzeniu 5.3 pokazano, iż przy dodatkowych założeniach w przypadku $\gamma < 0$ możliwe jest też uzyskanie rozwiązania wyjściowego równania Bellmana.

W pracy [H3] wyniki z [H1] zostały przeniesione na przypadek długookresowego diadycznego sterowania impulsowego z kryterium wrażliwym na ryzyko dla ciągłych procesów Fellera-Markowa. Najważniejszy wynik pracy stanowi twierdzenie 3.2 będące odpowiednikiem twierdzenia 1 z [H1]. Wynika z niego w szczególności istnienie i jednoznaczność rozwiązania odpowiedniego diadycznego równania Bellmana dla każdego ustalonego kroku $\delta > 0$. Aczkolwiek zastosowane metody dowodowe są podobne do tych z [H1], to ich przeprowadzenie wymagało pokonania licznych, niekiedy bardzo trudnych problemów rachunkowych. Niezbędne okazały się też nowe narzędzia, w tym sformułowane w [H3] ergodyczne nierówności Höldera.

Praca [H4] poświęcona jest badaniom różnorodnych problemów optymalnego stopowania w przypadku, gdy podobnie jak w [H3] rozważanym procesem jest fellerowski proces Markowa. Badania obejmują zarówno problemy optymalnego stopowania dla czasu dyskretnego, jak i dla czasu ciągłego. Uzyskane rezultaty posiadają w obu przypadkach bardzo podobną strukturę, ale ich dowody wymagają zastosowania różnorodnych technik dowodowych. W szczególności, w bardzo ciekawych twierdzeniach 7 (dla przypadku dyskretnego) i 15 (dla przypadku ciągłego), przy ogólnych założeniach uzyskano ważne związki pomiędzy problemami optymalnego stopowania i odpowiednimi równaniami Bellmana. Wyniki te są bardzo ważne, a ich dowody trudne technicznie. Ciekawe jest także twierdzenie 19. Udowodniono w nim, że funkcja wartości dla przypadku czasu ciągłego jest granicą odpowiednio zdefiniowanych funkcji wartości dla przypadku czasu dyskretnego. Wydaje się, że takie podejście mogłoby też służyć do numerycznego wyznaczenia rozwiązania problemu optymalnego stopowania z czasem ciągłym.

W pracy [H5] badane są długookresowe problemy sterowania impulsowego z kryterium wrażliwym na ryzyko zastosowane do ciągłego procesu Fellera-Markowa. Podstawowymi narzędziami są w nim wcześniejsze wyniki dotyczące diadycznego sterowania impulsowego i konstrukcji optymalnych momentów zatrzymania odpowiednio z prac [H3] i [H4]. Najważniejsze wyniki pracy zawarte są w twierdzeniach 4.1 i 4.4. Podają one warunki zapewniające istnienie rozwiązania stowarzyszonego równania Bellmana i związanej z nim strategii optymalnej. Są to według mnie bardzo głębokie wyniki, a kluczowy warunek wyrażony w terminach rozwiązań zagadnień diadycznych i multiplikatywnego równania Poissona jest bardzo ciekawy. Ich dowody są trudne technicznie i wymagały nowych narzędzi dowodowych. Chciałbym zwrócić uwagę zwłaszcza na technikę zmiany miary i metodę aproksymacji rozwiązania wyjściowego zagadnienia za pomocą rozwiązań odpowiednich zagadnień diadycznych.

Tematyka prac [H6] i [H7] różni się od problematyki prac [H1]-[H5] gdyż związana jest raczej z ogólną teorią użyteczności, a nie z ustalonymi problemami ste-

rowania stochastycznego z kryterium wrażliwym na ryzyko. W pracy [H6] wprowadzona została i przedyskutowana ujednolicona definicja pojęcia zgodności w czasie dla dynamicznych miar użyteczności i ryzyka, która okazuje się być istotna w kontekście możliwości wykorzystania programowania dynamicznego. Związek z poprzednimi pracami wynika z faktu, że stosować ją można w szczególności w przypadku dynamicznej entropijnej miary użyteczności. Praca ilustrowana jest licznymi przykładami. Z kolei w pracy [H7] wprowadzona została nowa klasa indeksów akceptowalności w oparciu o skalowanie powiązanych funkcji użyteczności, które odbywa się w sposób podobny do tego, w jaki jest tworzona rodzina wrażliwych na ryzyko entropijnych miar użyteczności. Najważniejsze własności wprowadzonego indeksu typu monotoniczność itp. opisane zostały dokładnie w rozdziale 3 [H7]. Warto też zwrócić uwagę na twierdzenie 4.1, gdzie sformułowano warunki potrzebne do maksymalizacji portfela finansowego na skończonym horyzoncie czasowym.

W pracy [H8] badane jest zagadnienie istnienia ograniczonego rozwiązania multiplikatywnego równania Poissona, które analizuje się wykorzystując metodę span-kontrakcji. Badania tego rodzaju stanowią pierwszy krok dla badań odpowiednich zagadnień sterowania stochastycznego z kryterium wrażliwym na ryzyko. Najważniejsze wyniki pracy zawarte zostały w twierdzeniach 3.1 i 4.1. W pierwszym z nich pokazuje się, że operator powiązany z multiplikatywnym równaniem Poissona jest lokalną kontrakcją w normie span-kontrakcji. Następnie wykorzystując ten wynik, w twierdzeniu 4.1 podaje się warunki zapewniające istnienie rozwiązania wyjściowego równania. Są to ciekawe i wartościowe wyniki o trudnych technicznie dowodach.

Ostatnia praca [H9] poświęcona jest badaniom stabilności długookresowych uśrednionych strategii dla kryterium wrażliwego na ryzyko na skończonej przestrzeni stanów i decyzji. W rozważanym przypadku wyznaczenie optymalnego sterowania związane jest z rozwiązaniem odpowiedniego multiplikatywnego równania Poissona. W twierdzeniu 3.1 opisana została szczegółowo zależność jego rozwiązań od parametru awersji do ryzyka γ . Jest to interesujące i ważne twierdzenie o ciekawym dowodzie korzystającym zarówno z metody span-kontrakcji, twierdzenia Perrona-Frobeniusa, jak i z zaawansowanych wyników analizy wypukłej. Warto zwrócić też uwagę na ważne wyniki dotyczące własności Blackwella dla aproksymujących strategii optymalnych w problemie zdyskontowanym uzyskane w twierdzeniach 4.4 i 4.5.

Uważam przedstawione powyżej wyniki za ciekawe z matematycznego punktu widzenia i ważne ze względu na zastosowania. Uogólniają one lub rozszerzają wcześniejsze rezultaty na podobne tematy. Przeprowadzane w pracach dowody są z reguły trudne technicznie i wielokrokowe. W mojej opinii przedłożona przez dra Piterę rozprawa habilitacyjna zawiera ciekawe i wartościowe wyniki, które stanowią znaczący wkład do teorii sterowania stochastycznego.

3. Pozostałe osiągnięcia i aktywność naukowa

Pozostały dorobek habilitanta składa się z 18 prac i 4 preprintów opublikowanych w arXivie. Wszystkie prace są współautorskie, 1 praca powstała przed doktoratem. Większość z prac jest opublikowana w dobrych czasopismach matematycznych. Jest to poważny i różnorodny dorobek naukowy. Chciałbym wyróżnić zwłaszcza długie cykle prac dotyczących różnych aspektów matematyki finansowej (8 prac) i statystyki matematycznej (6 prac). Prace dra Marcina Pitery są często cytowane. Baza MathSciNet informuje o 65 cytowaniach (43 bez autocytowań), a baza Web of Science o 177 cytowaniach (140 bez autocytowań).

Dr Pitera odbył liczne staże i zagraniczne wyjazdy naukowe, w tym do Dep. of Mathematics Uppsala University (Szwecja, 2 miesiące 2013 r.), Dep. of Applied Mathematics Illinois Institute of Technology (USA, 2x3 miesiące 2013 r. oraz 2 tygodnie 2015 r. i 1 tydzień 2017 r.), IMSI Institute University of Chicago (USA 2 tygodnie 2022 r.), School of Mathematics University of Leeds (Wielka Brytania 1 tydzień 2022) i do Alfred Renyi Institut of Mathematics (Węgry 1 tydzień 2023). Habilitant aktywnie uczestniczył w 35 konferencjach naukowych. Na niektóre z nich uzyskiwał indywidualne zaproszenia.

Był kierownikiem grantu NCN OPUS 2020/37/B/HS4/00120 (2021-2025) i wykonawcą w dwóch innych grantach. Brał udział w organizacji konferencji, w tym *IFTP TC7 System Modelling and Optimization* (Warszawa 2022 r. i Hamburg 2024 r.), *Stochastic Modelling and Control* (Będlewo 2023 r.) i *Open Mathematical problems in banking* (Warszawa 2023 r.). Jest członkiem komitetu redakcyjnego czasopism *Mathematica Applicanda* (od 2023 r.) i *Statistics & Risk Modelling* (od 2024 r.). Był promotorem pomocniczym doktoratu D. Jelito (2022), a aktualnie jest promotorem pomocniczym w doktoracie K. Pączka.

Uważam, że opisane wyżej pozostałe osiągnięcia dra Pitery oraz jego aktywność naukowa spełniają wymagania stawiane przy przewodach habilitacyjnych.

4. Konkluzja

Podsumowując, uważam, że rozprawa habilitacyjna jak i też aktywność naukowa dra Marcina Pitery spełniają zwyczajowe i ustawowe wymagania, i wnoszę o dopuszczenie habilitanta do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

