

Recenzja doktoratu pana magistra Jacka Kubicy zatytułowanego
The Pitchfork bifurcation in the Kuramoto-Sivashinsky PDE.

Na wstępie chciałbym stwierdzić, że obecna wersja doktoratu jest drugą wersją, którą otrzymałem do recenzji. Największym mankamentem pierwszej wersji pracy był fakt braku jakiegokolwiek informacji na temat tego, że udowodniony rezultat jest zasadniczo tożsamy z wynikami ze wspólnej pracy z Piotrem Kalitą i Piotrem Zgliczyńskim. Ponieważ wspólna praca została opublikowana na arXiv wcześniej niż doszło do złożenia doktoratu, więc z formalno-prawnego punktu widzenia mieliśmy doczynienia z bardzo niebezpieczną sytuacją. W międzyczasie o czym poinformował nas doktorant praca ta ukazała się w czasopiśmie *Journal of Computational Dynamics*.

Szczęśliwie to uchybienie formalne zostało w porę zauważone i otrzymałem kolejną jego wersję. Piszę o tym bo dokładnie tak moim zdaniem powinno wyglądać postępowanie. Niestety uchwały senatów niektórych polskich uczelni uniemożliwiają taki oczywisty ruch, doktoratu wysłanego do recenzentów w żaden sposób już nie można zmienić. Chwała Senatowi Uniwersytetu Jagiellońskiego, że poza wielowieczną tradycją kieruje się zdrowym rozsądkiem.

Przechodząc do oceny pracy doktorskiej chciałem także na plus odnotować fakt, że doktorant podjął dyskusję z recenzentami wykorzystując ich uwagi do udoskonalenia doktoratu. W szczególności sporządził list w którym przedstawił swoje poprawki i zmiany, który otrzymaliśmy razem z nową wersją doktoratu. To czego nieco brakuje (w sytuacji kiedy cały doktorat opiera się o jedną pracę z dwoma współautorami w tym promotorem) to określenia dokładnie wkładu doktoranta, lub rezidualnie oświadczeń o wkładzie współautorów. Uczciwie pisząc uważam, że doktorat oparty o jedną pracę z trzema współautorami w czasopiśmie za 100 punktów na liście MNiSW (w 2025) to mało jak na 4 lata pracy nad doktoratem. Ten obraz poprawiają nieco dwie inne prace nie ujęte w doktoracie z innymi współautorami widoczne na jego stronie na portalu wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Co do zawartości doktoratu to jest on poświęcony analizie bifurkacji równania Kuramoto-Sivashinsky. Jest to ewolucyjne równanie różniczkowe cząstkowe (czwartego rzędu) z jedyną nieliniowością typu kwadratowego jak w równaniu Burgersa (tj. $(u^2)_x$). Rozważania prowadzone są na jednowymiarowej periodycznej dziedzinie. Umożliwia to po rozwinięciu szukanej funkcji w bazę Fourierowską zapisanie problemu jako nieskończonego układu równań różniczkowych zwyczajnych na współczynniki. Bardzo istotnym ele-

mentem doktoratu jest zastosowanie dowodów wspieranych komputerowo w szczególności artmetyki przedziałowej. Lektura rzeczzonego doktoratu nasunęła mi kilka uwag.

Co do formy to moim zdaniem pozostawienie dodanych rozdziałów bez numeracji nie jest najlepszym pomysłem.

Co do treści to brakuje mi po pierwsze wyjaśnienia na początku wstępu dlaczego rozprawa jest poświęcona dokładnie temu równaniu. Dlaczego jest ono ważne, jaki fizyczny proces ono opisuje. Czy podobną metodologię można stosować także dla innych równań czy jest ona możliwa tylko dla tego równania. Niestety na te pytania brak jest odpowiedzi we wstępie. O ile w pracy w czasopiśmie taka informacja jeszcze może być pominięta to w doktoracie powinna się już znaleźć.

Inna sprawa to metodologia patrzenia na to równanie w kontekście projekcji galerkinowskich. Oczywiście nie jest to błąd, ale w tym wypadku raczej myślałbym o tym problemie w kontekście bazy Fourierowskiej jako o tzw. metodzie spektralnej, nie aproksymacjach Galerkina. Jest to o tyle istotne, że baza Fourierowska umożliwia definiowanie wielu przestrzeni funkcyjnych (Sobolewa, Besova, dualnych do nich) w terminach warunków na zanikanie współczynników bazy Fourierowskiej. Takiej reprezentacji oczywiście nie ma w ogólności dla dowolnej bazy galerkinowskiej. Moim zdaniem patrząc na strukturę równań po dyskretyzacji można by oczekiwać wielu ciekawych własności z tym związanych.

Chciałem też zauważyć, że podejście oparte o analizę współczynników w bazę Fourierowską jest szeroko stosowane tak w analizie jak i numeryce równań różniczkowych cząstkowych w szczególności bliską mi mechanikę cieczy. Wymienić tu można choćby wyniki o determinujących modach, czy pozytywnej stronie hipotezy Onsagera. Mogłoby to być źródłem inspiracji, ponieważ w równaniach nieściśliwej mechaniki cieczy też mamy do czynienia z kwadratową nieliniowością.

Konkluzja: Uważam, że doktorat pana Jacka Kubicy spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie do dalszych czynności w przewodzie doktorskim

Piotr Gwiazda