RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ MGRA TOMASZA WAWAKA *VERY SYMMETRIC HYPER-KÄHLER FOURFOLDS*

JOACHIM JELISIEJEW

Wynikiem rozprawy jest klasyfikacja tzw. bardzo symetrycznych rozmaitości hyper-Kählerowskich typu $K3^{[2]}$, bazująca na pracy [HM19], oraz ciekawa kolekcja przykładów explicite takich rozmaitości, bazująca na klasycznych konstrukcjach geometrii algebraicznej.

Rozmaitość hyper-Kählerowska X posiada formę symplektyczną oraz podgrupę *symplektycznych* automorfizmów. Załóżmy teraz, że X jest typu $K3^{[2]}$. *Skończone* podgrupy symplektycznych automorfizmów X zostały sklasyfikowane w [HM19, Theorem A]: jest 15 możliwych maksymalnych grup. W przedstawionej rozprawie sklasyfikowane są wszystkie X typu $K3^{[2]}$, które posiadają jedną z tych 15 grup jako podgrupę symplektycznych automorfizmów (patrz Theorem 0.0.3).

Metoda dowodu klasyfikacji jest następująca: poprzez twierdzenia Torelliego problem można przeformułować w terminach krat takich jak $H^2(X, \mathbb{Z})$, patrz Podrozdział 2.2 oraz Stwierdzenia 3.2.5–3.2.6. Następnie, otrzymany problem dla krat jest rozwiązany przy użyciu metod komputerowych, patrz Dodatek A.2. Przykłady explicite są przedyskutowane w rozdziale 4 a konieczne obliczenia komputerowe, tym razem w językach *GAP* i *Macaulay2*, znajdują się w Dodatku A.1.

Wstęp do pracy jest bardzo krótki i przypomina raczej wstęp do artykułu. Brakuje w nim szerszego omówienia kontekstu i znaczenia badań. Wydaje się też, że nie jest on skierowany do szerszego grona, przykładowo w Notacji 0.0.4 brak obszerniejszych wyjaśnień lub choćby odniesienia do Tabeli 3.1. Zdecydowanie warto też we wstępie byłoby powiedzieć więcej o konstrukcjach explicite z rozdziału 4.

Po wstępie następują rozdziały wprowadzające dotyczące, odpowiednio, krat oraz rozmaitości hyper-Kählerowskich. Krótki rozdział 3 stanowi kulminację teoretycznej części pracy: Autor tłumaczy tu, jak otrzymać klasyfikację używając wyników [HM19], a dokładniej, jak sprowadzić ją do obliczeń komputerowych.

Bardzo interesujący jest rozdział 4 pracy (szkoda, że nie jest on szerzej omówiony we wstępie). Autor przypomina tu i lekko modyfikuje wiele znanych konstrukcji: EPW-sekstyki, 4-rozmaitości Beauville-Donagiego i Debarre-Voisin, by otrzymać przykłady explicite rozmaitości powyżej. Przedstawiona klasyczna geometria jest bardzo piękna, a argumenty są spisane porządniej niż w poprzednich częściach. Rozdział 4 pokazuje wielką biegłość Autora operowaniu klasyczną geometrią rzutową i teorią reprezentacji. Rozdziały 3 i 4 stanowią **oryginalne rozwiązanie problemu naukowego**.

Praca ma poprawną strukturę. Jest nieco literówek oraz miejsca mniej jasne (niektóre z nich zamieszczam poniżej), ale stanowią one raczej margines i nie są ważne. W Dodatkach zdecydowanie przydatne byłyby dokładniejsze omówienia użytych funkcji, czy wręcz formalniej spisana dokumentacja, tym bardziej, że występują tam trzy różne programy: *GAP*, *Magma* i *Macaulay2*.

Data: 4 maja 2025.

Zdecydowanie mocną stroną pracy jest jej różnorodność: część teoretyczna zawiera zarówno metody kratowe, jak i klasyczną geometrię rzutową, zaś część obliczeniowa pokazuje obycie Autora z większością programów do obliczeń symbolicznych.

Podsumowując, uważam, że obecna wersja pracy **spełnia zarówno ustawowe, jak i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim**.

Podpisany elektronicznie przez
›achim Jelisiejew; Uniwersytet Warszaws
05.05.2025
9:48:27 +02'00'

Literatura

[HM19] Gerald Höhn and Geoffrey Mason. Finite groups of symplectic automorphisms of hyperkähler manifolds of type $K3^{[2]}$. *Bull. Inst. Math. Acad. Sin. (N.S.)*, 14(2):189–264, 2019. 1, 2

Lista obserwacji

(1) Twierdzenie 3.1.1: czy to jest wynik z [HM19], czy też z doktoratu Mongardiego?
(2) Lemat 3.2.1: wedle [HM19], Twierdzenie 8.3 jest wynikiem Mongardiego; powinno być to podkreślone.
(3) Lemat 3.2.1 należałoby podać dowód, jak ten lemat wynika z [HM19, Tw. 7.1, 8.3].
(4) Lemma 3.2.2: dowód jest raczej szkicem, niż pełnym argumentem.
(5) Podrozdział 3.2.1 kończy się dyskusją, która wydaje się urywać. Ponadto nie jest jasne, czy Proposition 3.2.6 nie ma dowodu przez omyłkę, czy powinno być uznane za Wniosek.
(6) Podrozdział 4.2, wstęp: $M_1 0$ powinno być M_{10}. Nie jest jasne, czym jest indeks dolny przy $\mathcal{A}$.
(7) Lematy 4.2.8, 4.2.9, 4.2.10, ... "Same as before" wygląda dość dziwnie zamiast dowodu.
(8) Praca zawiera (rozsądnie mało) literówek, które można byłoby wyłapać sprawdzaniem pisowni, np. *schema*, *vevtor* na stronie III.