

Streszczenie rozprawy doktorskiej

**Classification problems in topological dynamics and ergodic theory**

(pl. *Problemy klasyfikacji w dynamice topologicznej i teorii ergodycznej*)

Tematem przewodnim tej pracy jest badanie pewnych pytań leżących na przecięciu dwóch dziedzin: dynamiki topologicznej oraz deskryptywnej teorii mnogości. Rozpatrywane zagadnienia można podzielić na trzy części.

W rozdziale trzecim, rozważamy topologiczny układ dynamiczny  $(X, T)$  wraz z niezmienniczą borelowską miarą probabilistyczną  $\mu$ . Przez  $Gen(\mu)$  oznaczamy zbiór punktów generycznych dla tej miary. Ponieważ  $Gen(\mu)$  jest zawsze zbiorem klasy  $\Pi_3^0$ , w szczególności borelowskim, zasadne jest pytanie o jego złożoność borelowską (tj. najniższy poziom hierarchii borelowskiej w której ten zbiór się znajduje). Znajdujemy pewne ograniczenia na możliwą złożoność borelowską zbioru  $Gen(\mu)$ . Następnie wskazujemy liczne przykłady tranzytywnych układów oraz minimalnych układów wraz z miarami, demonstrującymi które złożoności borelowskie mogą być osiągnięte. Następnie rozważamy układy  $(X, T)$  spełniające pewien wariant własności specyfikacji. Przy tym założeniu, jeśli  $(X, T)$  nie jest unikalnie ergodyczny, to  $Gen(\mu)$  jest zbiorem  $\Pi_3^0$ -kompletnym dla każdej niezmienniczej miary  $\mu$ . Uzyskujemy podobne rezultaty dla innych podzbiorów  $X$  zdefiniowanych poprzez statystyczne własności średnich wzdłuż orbit. Niektóre rezultaty z tego rozdziału pochodzą ze wspólnej pracy autora z Kwietniakiem, Jacksonem i Mance.

W rozdziale 4, rozważamy relację izomorfizmu na niektórych klasach subshiftów z punktu widzenia teorii złożoności dla borelowskich relacji równoważności. Dowodzimy że izomorfizm subshiftów ze specyfikacją nie jest średniowalny (ang. amenable). Ten rezultat można zinterpretować jako odpowiedź na 32-gi problem Bowena. Wskazujemy klasę minimalnych subshiftów (uogólnione subshifty Oxtoby'ego) wśród której realizowalny jest każdy sympleks Choqueta jako sympleks miar niezmienniczych takiego subshiftu, a mimo to relacja izomorfizmu na tej klasie jest hiperskończona (ang. hyperfinite).

W rozdziale 5, badamy złożoność relacji topologicznego sprzężenia i flip-sprzężenia (ang. flip-conjugacy) dla minimalnych układów Cantora. Dowodzimy że obie te relacje nie są Borelowskie, co odpowiada na pytanie Gao. Jest to rezultat uzyskany we wspólnej pracy z Garcíą-Ramos, Kasprzak, Kunde, i Kwietniakiem, nieopublikowany.

Konrad Delia