

Streszczenie rozprawy doktorskiej

W niniejszej rozprawie metody wspomagane komputerowo wykorzystane są do badania zagadnień brzegowo początkowych dla pewnych dyssypatywnych równań różniczkowych cząstkowych. W szczególności badane są dwa zagadnienia:

- zagadnienie opisane układem równań Brusselatora z dyfuzją, składającym się z dwóch nieliniowo sprzężonych równań różniczkowych cząstkowych,
- zagadnienie opisane nieautonomicznym równaniem Chafee–Infante.

Dla układu Brusselatora z dyfuzją i warunkami brzegowymi Dirichleta na jednowymiarowym przedziale przestrzennym, dowodzimy z wykorzystaniem metod wspieranych komputerowo, że dla pewnych wartości parametrów zagadnienia układ ma orbitę okresową. Dodatkowo przedstawiamy numeryczną obserwację występowania w tym układzie bifurkacji podwojenia okresu i torusa niezmienniczego.

Dla zagadnienia Chafee–Infante dowodzimy, że dla pewnego zakresu parametrów istnieje orbita okresowa. W szczególności dowodzimy istnienie takich rozwiązań okresowych w przypadku, gdy nieliniowość może zmieniać znak, w takiej sytuacji metody teoretyczne nawet dla pokazania globalnego istnienia rozwiązań, mogą nie działać. Ponadto dowodzimy, że skonstruowana orbita jest lokalnie przyciągająca w sensie normy supremum.

Cel pracy jest osiągnięty poprzez zaimplementowane przeze mnie algorytmy C^0 i C^1 służące do ścisłego całkowania dyssypatywnych równań różniczkowych cząstkowych. Algorytmy te są wykorzystane wykorzystujemy w dowodach wspomaganych komputerowo: algorytm C^0 służy do stwierdzenia istnienia orbit okresowych, a algorytm C^1 do tego, że są przyciągające. W szczególności opracowana jest nowa metoda agregacji zmiennych polegająca na znalezieniu oszacowań ewolucji potoku zadanego przez równanie wariacyjne na zbiorach nieograniczonych danych początkowych. Metoda ta jest używana do ścisłego rozwiązywania równania wariacyjnego jednocześnie dla nieskończonej liczby danych początkowych.

Struktura rozprawy jest następująca. Rozdział 1 wprowadza tematyką wspomaganych komputerowo dowodów dla równań różniczkowych cząstkowych. Omawiamy główne wyniki, zastosowane metody oraz możliwe rozszerzenia i zastosowania wyników z rozprawy. W Rozdziale 2 krótko przypominamy potrzebne fakty z układów dynamicznych, teorii całek w przestrzeniach Banacha i równań liniowych w przestrzeniach Banacha. W kolejnym Rozdziale 3 opisujemy abstrakcyjną teorię nieliniowych równań w przestrzeniach Banacha i teorię równań wariacyjnych dla nich. Rozdział 4 poświęcony jest opisowi algorytmów całkowania C^0 i C^1 dla abstrakcyjnego zagadnienia sformułowanego w poprzednim rozdziale. W Rozdziale 5 opisujemy wspomagany komputerowo dowód istnienia orbit okresowych dla układu Brusselatora z wykorzystaniem algorytmu całkowania C^0 . Rozdział 6 zawiera numeryczne i ścisłe wyniki dla różnych parametrów układu Brusselatora. Z kolei w Rozdziale 7 opisujemy wspomagane komputerowo dowody dla nieautonomicznego zagadnienia Chafee–Infante. Rozdział 8 to dodatek, który zawiera pewne pomocnicze nierówności i oszacowania. Główną jego częścią jest Rozdział 8.2, który zawiera wykorzystywane w algorytmach wyniki dotyczące algebry szeregów nieskończonych.

Jakub Banaśkiewicz