

Streszczenie rozprawy doktorskiej

Celem mojej rozprawy jest zaprezentowanie zastosowań algebr Kaca-Moody'ego z gradacją w trzech różnych kontekstach. W pierwszym służą jako źródło ciekawych przykładów modułów Koszula i rozmaitości rezonansu. W drugim wykorzystane są jako narzędzie w konstrukcji niezmienniczych zanurzeń przestrzeni jednorodnych. Trzecim rozważanym kontekstem jest ich rola w teorii strukturalnej ideałów Gorensteina kowymiaru cztery.

W pierwszej części wprowadzone zostają moduły Koszula definiowane przez algebry Kaca-Moody'ego z gradacją. Głównym rezultatem jest zupełna klasyfikacja nilpotentnych modułów Koszula tego rodzaju. Podajemy elementarny warunek, sformułowany w języku uogólnionych diagramów Dynkina, równoważny nilpotentności. Jeśli warunek ten jest spełniony, wyznaczamy dokładną postać odpowiedniego modułu Koszula. Następnie wyznaczamy niezmiennicze rozmaitości rezonansu w przypadkach wyjątkowych G_2 , F_4 , E_6 oraz E_7 , jak również własności homologiczne odpowiadających im modułów Koszula. Rozprawa zawiera również kilka obserwacji na temat niezmienników homologicznych generycznych modułów Koszula.

W drugiej części rozważamy zanurzenia przestrzeni jednorodnych grup Kaca-Moody'ego w Grassmaniany ich reprezentacji. Niech \mathcal{P} będzie maksymalną podgrupą paraboliczną grupy Kaca-Moody'ego \mathcal{G} . Niech $V(\lambda)$ będzie nierozkładalną reprezentacją algebry Kaca-Moody'ego grupy \mathcal{G} najwyższej wagi λ . Dowodzimy istnienia zanurzenia $\mathcal{G}/\mathcal{P} \hookrightarrow \text{Grass}(d, V(\lambda))$ dla pewnej liczby naturalnej d . Badamy też jego podstawowe własności. W szczególności skupiamy się na prostych diagramach skończonego typu: A_n , D_n oraz E_6 , i ich reprezentacjach fundamentalnych.

Ostatnia część rozprawy dotyczy minimalnych wolnych rezolwent ideałów Gorensteina kowymiaru cztery. Różniczki i współrzędne spinorowe tworzą pierwszy poziom *wyższych odwzorowań strukturalnych*, uogólniających teorię mnożników Buchsbauma-Eisenbuda. Wyższe odwzorowania strukturalne są niezmiennikami kompleksu \mathbb{F} rozwiązującego ideał Gorensteina. Pojawiają się w naturalny sposób w krytycznych reprezentacjach pewnej algebry Kaca-Moody'ego. Reprezentacje krytyczne generują pierścień generyczny kompleksu \mathbb{F}' długości trzy, powstałego przez zignorowanie pierwszego modułu \mathbb{F} . Obliczamy wszystkie wyższe odwzorowania strukturalne dla ideału o sześciu generatorach, w ogólności i w ważnych przypadkach szczególnych. Zastosowaniem tych obliczeń jest dowód następującej znanej hipotezy: każdy ideał Gorenstein kowymiaru cztery o sześciu generatorach jest hiperpowierzchnią w ideale Gorensteina kowymiaru trzy.