Recenzja rozprawy doktorskiej Michała Farnika „A hat guessing game”

Prof. dr hab. Andrzej Ruciński
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza

1 Tematyka

Tematyka przedłożonej do recenzji rozprawy doktorskiej dra Michała Farnika leży na pograniczy teorii grafów i kombinatorycznej teorii gier. Punktem wyjścia jest popularna łamigłówka, „a hat guessing game”, zaproponowana przez Gardnera jeszcze w latach 60-tych ubiegłego stulecia. Od tego czasu pojawiło się wiele prac na jej temat podających częściowe rozwiązania zarówno wersji oryginalnej, jak i licznych uogólnień i wariantów. Pragnę podkreślić, że wszystkie one miały charakter probabilistyczny, bowiem kolory kapeluszy były przydzielane losowo.

Natomiast w swojej rozprawie autor rozważa mniej popularny wariant, w którym to złośliwy adwersarz, a nie przypadek, decyduje o kolorach kapeluszy, a celem nie jest znalezienie strategii maksymalizującej prawdopodobieństwo wygranej, lecz wyznaczenie maksymalnej liczby kolorów $\mathrm{HG}(G)$, przy której wciąż możliwa jest strategia wygrywająca dla graczy umieszczonych na wierzchołkach grafu „widzialności” G. Można się tylko domyślać, że ten wariant został zaproponowany w pracy [BHKL] w roku 2008. Piszę „domyślać", ponieważ wprowadzając w podrozdziale 1.2 głowny obiekt swych badań, autor nie wsponmina w ogóle o jego historii, która zresztą wydaje się nader skromna. Oprócz wspomnianej już pracy [BHKL], w spisie literatury znalazłem jeszcze tylko jedną pozycję na ten temat: preprint [Szcz] z 2014r.

2 Wyniki

Przechodząc do wyników rozprawy, znajdujemy tu najpierw ogólne oszacowanie parametru $\mathrm{HG}(G)$ postaci $O(\Delta(G))$, które jednak kandydat określa mianem „folklor". Dziwi to tym bardziej, że zaprezentowane dowody (jeden oparty na metodzie kompresji wspartej trzema algorytmami, drugi na Lemacie Lovásza), są dość wyrafinowane. Następnie, już w rozdziale 3, doktorant pokazuje mocniejsze oszacowanie, przez tzw. liczbę kolorowania (col(G), ale, niestety, tylko dla specyficznej klasy strategii dwubiegunowych.

Pozostałe wyniki rozdziału 3. dotyczą szacowania parametru $\mathrm{HG}(G)$ dla szczególnych klas grafów. Najpierw autor ogranicza z góry liczbę $\mathrm{HG}(T)$ przez 2 dla wszystkich drzew T. Tu jednak dowód jest bardzo elementary. Kolejny podrozdział poświęcony jest klasie pełnych grafów dwudzielnych $K_{n,m}$. Modyfikując nieznacznie przykład zaczerpnięty z [BHKL], kandydat pokazuje, że w tej klasie grafów parametr $\mathrm{HG}(G)$ jest nieograniczony przez żadną stałą absolutną. Jednocześnie pokazuje, oszacowanie $\mathrm{HG}(K_{n,m}) \leq n+1$, choć nie jest jasna relacja między n i m. Ostatni podrozdział rozdziału 3 przynosi oszacowanie dolne $\mathrm{HG}(S_{k,n}) \geq 2^k$, gdzie $S_{k,n}$ jest k-gwiazdą o $k+n$ wierzchołkach, przy czym n jest dostatecznie duże.

Rozdział 4 zawiera wyniki dotyczące uogólnienia gry, w którym każdy gracz może wskazać nie jeden, lecz s kolorów. Tutaj większość metod i dowodów przenosi się z przypadku $s = 1$, a otrzymane oszacowania ogólne są s razy większe, co nie jest niespodzianką. Natomiast w przypadku drzew i dwudzielnych grafów pełnych wartości parametru $\mathrm{HG}(s, G)$ rosną z s kwadratowo. W dalszej części rozdziału 4 pojawia się za to nowy wątek: techiczny, a nawet „odpychający" lemat pozwala stosunkowo szybko wywnioskować oszacowania górne parametru $\mathrm{HG}(s, G)$ dla grafów o dużym obwodzie, zanurzalnych w danej powierzchni oraz dla k-gwiazd. Ostatni rozdział zgrabnie podsumowuje najważniejsze wyniki i hipotezy rozprawy. Wśród tych ostatnich najbardziej interesujące wydają się być przypuszczenia, że dla wszystkich $s \geq 1$, $\mathrm{HG}(s, G) \leq s(\Delta(G)+1)$, oraz że dla grafów planarnych liczba $\mathrm{HG}(s, G)$ jest oszacowana z góry przez funkcję s.

3 Uwagi

1. Praca jest napisana zbyt zdawkowo i lakonicznie, co wielokrotnie powoduje zagubienie czytelnika lub też wymaga od niego niepotrzebnie

zbyt dużego wysiłku. Ponadto, jeśli odejmie się rozdział 2, w którym prezentowany jest 'folklor', to praca łącznie z bibliografią ma zaledwie 32 strony. W mojej długoletniej karierze naukowej nie spotkałem sie jeszcze z tak skromną objętościowo rozprawą doktorską.

2. Autor nie powraca w rozprawie do pewnych obietnic poczynionych we Wstepie. Np. zdanie 'Moreover, we show how the adversary may reduce the graph ...' z przedostatniego akapitu odnosi się zapewne do podziałów omawianych w r. 4.3. Jednak tam nie ma już nawiązania zwrotnego do tych zapowiedzi.

3. Strona 6, wiersz -6: o jeden 'case' za dużo

4. Strona 7, pierwszy akapit: próba wyjaśnienia, że 3/4 jest dla $n = 3$ wartością optymalna nie jest udana. Recenzent potrafi sam przeprowadzić tu poprawne rozumowanie. Jednak uogólnienie na n graczy jest kompletnie niezrozumiałe i raczej nieprawdziwe. Przecież, np. dla $n = 4$, mamy do czynienia z klasyczną przestrzenią probabilistyczną o 16 atomach, więc żadne zdarzenie nie może mieć prawdopodobieństwa równego 4/5.

5. Notacja HG(G) nie jest zbyt szczęśliwa.

6. Definicja liczby kolorującej na stronie 9 jest błędna; w literaturze standardowo dodaje się 1.

7. Problemy z angielskim: np. strona 9, definicja strategii ψ_v, powinno byc ' a guessing strategy; podobnie w następnym wierszu 'A strategy is a priori ...'.

8. 's-hat guessing game' jest zdefiniowana dopiero w r. 4, bo nie można nazwać definicją luźnej uwagi we Wstepie. Natomiast na stronie 9 mówi sie o 'the s-hat guessing number', która wymaga precyzyjnej definicji gry.

9. Pierwsza definicja na stronie 10: 'colors' należy zastapić przez 'colorings'.

10. Strona 10, wiersz 7: powinno być 'as an n-tuple'

11. Strona 10, wiersz 10: lepiej 'a subset W of the set of vertices V'

12. Autor przyjmuje unikalną konwencję formułowania niektórych swoich wynikow w postaci uwag (Remarks) i przykładów (Examples), które następnie zaopatruje w nieraz całkiem długie formalne dowody. Tak jest w przypadku Uwag 1.1, 1.3 i 3.10 oraz Przykladów 3.14, 3.15, 4.5 i 4.13. Właściwsze byłoby tu użycie słów takich jak 'facts', 'claims' , czy 'propositions'.

13. Dowód Uwagi 1.1 jest zbyt zwięzły. Należałoby go zacząć od słów 'Suppose there is a winning strategy for the players...' dalej w tymże dowodzie używa się zwrotu 'hat distribution' sugerującego losowość – lepszym słowem byłoby zapewne ' arrangement' albo assignment.

14. Dowód Uwagi 1.3 też jest zbyt zwięzły. Ułomny angielski nie pomaga w zrozumieniu dowodu. Powinno być 'Let $\phi : V \rightarrow [ns]$ be a coloring of the hats. The i-th player assumes (albo 'guesses') that the value ...'. (Również użycie czasu przyszłego 'will' jest tu niewłaściwe.) W tym dowodzie brak też najwyraźniej zakończenia.

15. Po co ta udziwniona notacja HG$(G) \in O()$? Znak równości jest tu w pełni akceptowalny.

16. Przypisywanie Twierdzenia 2.1 z długim, skomplikowanym dowodem, opartym na 3 algorytmach, do folkloru jest dość podejrzane. Może należało lepiej poszperać w literaturze? Bardziej wiarygodnie brzmi słowo folklor w przypadku Tw. 2.4, bo to jest faktycznie proste zastosowanie LLL. Czemu jednak miało służyć podanie pełnego dowodu Lematu Lovásza. Można go przeciez znaleźć w wielu książkach. Powoływaie sie na 'completeness' nie przekonuje, bo brak tu konsekwencji (patrz, np., „niekompletny" dowód Tw. 4.11).

17. Dziwi również umieszczenie, zarówno tu, jak i w r. 4, obu oszacowań HG(G) z góry, przez $4(\Delta(G) + 1)$ (Tw. 2.1) oraz przez $e(\Delta(G) + 1)$ (Tw. 2.4), i, analogicznie, twierdzeń 4.1 i 4.2.

18. Strona 20: zdanie ' all strategies of the player ...' powinno znajdować się po Def. 3.1, a nie przed.

19. Strona 20: dwukrotnie autor używa zwrotu 'equally probable', sugerującego błędnie, że mamy do czynienia z modelem losowym.

20. Str. 20, wiersz -12: lepiej 'one after another'

21. Notoryczny brak przecinków po 'However', 'Moreover', itp.

22. Str. 20, wiersz -4: 'color', nie 'colors'.

23. Def. 3.2 i Uwaga. 3.3: Lepiej '... a vertex v_i is terminal for itself'. A jeszcze lepiej byłoby połączyć obie części Def. 3.2 w jedną, zakładając tylko $j \geq i$ i dodając jedynie dodatkowe założenie dla $j > i$.

24. Strona 21, wiersz 9: Lepiej 'We make a few simple remarks ...'

25. Strona 21: trzykrotnie w wykładniku o podstawie $[K]$ winno byc $+1$ zamiast -1.; przecież dziedziną funkcji ψ_v jest zawsze $[K]^n$.

26. Strona 22, wiersze -5,-4: '... bounded value of col(G) is ... The hat guessing game may be played separately ...' ('lead' nie jest tu dobrym słowem).

27. Rozdział 3.3 mógły się kończyć wnioskiem z Tw. 11, że $HG(G) \leq 2$.

28. Str. 24, drugie zdanie Rozdziału 3.3: błędna interpunkcja. Lepiej postawic kropkę po [BHKL], a w drugim zdaniu postawić przecinek przed 'so'.

29. Str. 25, w. -10: tu akurat nie powinno być przecinka.

30. Str. 24/25: W Przykładzie 3.15 jest chyba potrzebne założenie $n \leq m$; warto też podsumować, że dla G z Przykładu 3.14 mamy $HG(G) = K$.

31. Def. 3.16: powinno być 'or $y \in V_1$'.

32. Str. 26, w. 12: brak definicji k-trees lub wskazania źródła.

33. Str. 30: komentarz przed Przykładem 4.5 jest niezrozumiały, dotyczy bowiem $s > 2$, podczas gdy w przykładzie $s = 2$; no i brak porównania z $HG(2, K_2)$.

34. Str. 34: pojęcie 'two independent' nie jest zdefiniowane.

4 Konkluzja

W rozprawie nie znalazłem informacji na temat jakichkolwiek publikacji autora związanych z jej tematyką, nawet będących w przygotowaniu. Budzi to pewne zaniepokojenie z trzech względów. Po pierwsze, wyniki rozprawy nie zostały jeszcze zweryfikowane w środowisku. Po drugie, nie jest jasne czy są to wyniki uzyskane samodzielnie, czy we współpracy z innymi. W końcu, mam wątpliwości, czy rozprawa rzeczywiście, a nie tylko formalnie, spełnia wymogi stawiane przez art. 11.2 Ustawy. Wprawdzie kandydat posiada inne publikacje naukowe, jednak nie taka zapewne była intencja Ustawodawcy. Pozostawiam tę kwestię do roztrzygnięcia przez Komisję.

Wyniki naukowe zamieszczone w rozprawie przez dra Michała Farnika wydają się być oryginalne, choć jak pisałem wcześniej, nie zawsze jasne jest ich autorstwo. Reprezentują zróżnicowany stopień trudności. W sumie jednak stanowią interesujący wkład w teorię grafów. Rozprawa doktorska jest napisana niestarannie i zbyt skrótowo, o czym świadczy długa lista uwag powyżej. (Sugeruję korektę w formie erraty bez konieczności ponownego recenzowania). Dodatkowym mankamentem formalnym jest brak streszczenia w języku polskim co narusza art. 13.6 Ustawy.

Mimo powyższych uwag krytycznych, skłaniam sie ku konkluzji, że przedłożona rozprawa spełni warunki stawiane rozprawom doktorskim przez art. 13 Ustawy, o ile tylko zostanie uzupełniona o streszczenie w języku polskim i o ile przynajmniej te najpoważniejsze błędy edytorskie (patrz uwagi 6,9,25, 30, 31, 33, 34) zostaną poprawione. Przy tym warunku, wnoszę o dopuszczenie Kandydata do dalszego toku przewodu doktorskiego.

A.R.

Andrzej Ruciński

Poznań, 13 lutego 2017 r.