

## Recenzja rozprawy doktorskiej Bartosza Kielaka

### Generalization of Turán-type problems

W swojej rozprawie doktorskiej autor zajmuje się pięcioma problemami z ekstremalnej teorii grafów. Uzyskane wyniki zostały opisane w rozdziałach 3-7.

W rozdziale 3, dowodzi się, że przy danej liczbie nieparzystej  $k$ , każdy graf bez cykli nieparzystych długości mniejszych niż  $k$  zawiera co najwyżej  $(\frac{n}{k})^k$  cykli długości  $k$ . Jako wniosek dostaje się główne twierdzenie, mówiące, że jeśli zabronimy tylko cykli długości  $k - 2$ , to cykli długości  $k$  może być najwyżej  $(\frac{n}{k})^k + o(n^k)$ .

Bardzo ładne wyniki tego rozdziału zostały opublikowane w Journal of Graph Theory.

Rozdział 4 został poświęcony zagadnieniu, które na język polski można przetłumaczyć chyba jako ściśliwość grafu. Udowodniono tu dwa główne twierdzenia. Pierwsze z nich ogranicza ściśliwość grafu zorientowanego bez cyklu, z maksymalnym stopniem wyjścia 2, przez stałą razy maksymalną długość ścieżki zawartej w tym grafie do czwartej potęgi.

Drugi wynik mówi, że jeśli ograniczymy się do bardzo specyficznej klasy grafów  $\mathcal{L}_l$ ,  $l \geq 3$  to ściśliwość w tej klasie jest równa dokładnie maksymalnej długości ścieżki.

Wyniki tego rozdziału może nie są tak ładne jak ten z poprzedniego, ale dowody również są nietrywialne (może nawet bardziej). Jest to praca współautorska z piątką współautorów, w przygotowaniu do publikacji. Jednak według oświadczenia doktoranta jest on autorem dowodów wspomnianych twierdzeń, czyli niejako głównym współautorem wszystkich wyników.

W rozdziale 5 uzyskano wyniki trochę podobne, do tych z rozdziału 3, ale dla grafów zorientowanych i rezultaty nie są tak ładne. Można tam znaleźć cztery bardzo szczegółowe wyniki i dwa bardziej ogólne. Praca jest współautorska (z piątką współautorów) i jest w przygotowaniu do publikacji. Doktorat oświadcza, że jest autorem dowodu jednego z ogólnych wyników i współautorem wszystkich pozostałych.

Rozdział 6 jest bardzo krótki i zawiera tylko mały wkład do znanego wyliczenia indukcyjności grafów o czterech wierzchołkach o jedynym pozostałym grafie  $P_4$ . Autor twierdzi, że praca (składająca się z pół stronicowej konstrukcji) jest w trakcie przygotowania do publikacji (współautorska z trzema współautorami).

Końcowy rozdział 7 jest niejako kontynuacją rozdziału 6, ale dla grafów zorientowanych. Opisuje się tutaj pewne ograniczenia indukcyjności dla wszystkich zorientowanych grafów o czterech wierzchołkach. Doktorant oświadcza, że jest autorem jednego z sześćdziesięciu wyników, oraz ma wkład do bliżej nieokreślonej liczby pozostałych.

Praca jest opublikowana w Discrete Mathematics.

Jak widać z powyższego rozprawa nie ma jednej spójnej całości, ale składa się z pięciu odrębnych części, wśród których można wyróżnić rozdział 4, którego doktorant jest głównym współautorem. Na plus można również zaliczyć rozdział 3, nieco krótszy ale z bardzo ładnym wynikiem, oraz część rozdziału 5.

Chociaż wygląda na to, że tylko wyniki rozdziału 3 zostały osiągnięte samodzielnie, to z dowodów twierdzeń, których dowody autor uznaje za swoje wynika, że opanował on w bardzo dobrym stopniu zaawansowane techniki i biegle się nimi posługuje. Nie ma wątpliwości, że może stać się samodzielnym badaczem.

Teraz trochę o redakcji i sposobie prezentacji wyników. Patrząc na całokształt to rozprawa jest w miarę dobrze napisana, przy założeniu, że będzie ją czytał specjalista z teorii grafów. Jest tam nieco literówek i pomyłonych odnośników (pechowo w sformułowaniach twierdzeń i dowodach, przez co stają się mniej zrozumiałe), ale akceptowalna ilość. Bywa, że brakuje odpowiedniej definicji (jak w przypadku dominowania dla łuków). Autor nieco wymiennie stosuje nazwy zbiór i rodzina, chociaż są to inne obiekty. Są to jednak sporadyczne przypadki.

Problem zaczyna się, gdyby rozprawę miała czytać osoba, która nie jest specjalistą z teorii grafów. Podejrzewam, że miała by mieć spore problemy z jej przyswojeniem. A chyba nie taki jest cel rozpraw doktorskich.

Autor co prawda zamieszcza dość obszerny rozdział 2, gdzie bardzo ładnie (z drobnymi błędami) zamieszcza podstawowe definicje z teorii grafów i niektóre konstrukcje użyte dalej. Jednak brakuje tu bardziej zaawansowanych zagadnień z teorii grafów, które są używane dalej. Żeby wspomnieć tylko wszystko co się wiąże z losowością grafów i innych struktur. W szczególności grafów losowych. W wielu przypadkach stosuje się tego typu obiekty, ale nie ma śladu po ich definicji. Tak więc doktorant zakłada, że czytelnik może nie wiedzieć, co to jest graf, ale już graf losowy jest oczywistą rzeczą.

Również w swoich dowodach autor zakłada wiele, rzeczy, za oczywistych. Być może dla niego jest to folklor, ale czytelników z innych dziedzin tak może nie być. Przykładem może być twierdzenie o zanurzaniu dowolnego porządku w porządek liniowy, którego się nie wspomina, ale się je używa.

Podsumowując. Mimo pewnych mankamentów redakcyjnych wymienionych powyżej i moim zdaniem trochę gorszych ostatnich dwóch rozdziałów uważam, że rozprawa doktorska spełnia warunki ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule. W związku z tym wnoszę o dopuszczenie jej autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Mariusz Grech