Transformata Aluthge dla operatorów nieograniczonych

STRESZCZENIE

Dla operatora ograniczonego T w przestrzeni Hilberta i parametru $t \in (0,1]$ definiujemy t-transformatę Aluthge operatora T jako $\mathcal{A}_t(T) = |T|^t U |T|^{1-t}$, gdzie $T = U|T|$ jest rozkładem polarnym operatora T. W niniejszej rozprawie rozszerzam powyższą definicję na dowolny domknięty, gęsto określony operator T, aby zbadać, które z własności znanych dla operatorów ograniczonych są zachowane w przypadku nieograniczonym.

Szczególną uwagę poświęcam p-hiponormalności. Mówimy, że T jest p-hiponormalny (dla $p > 0$), jeśli $(T^*T)^p \geqslant (TT^*)^p$. Jeśli T jest ograniczony i p-hiponormalny, to operator $\mathcal{A}_t(T)$ jest q-hiponormalny, gdzie $q = \min\{1, p+t, p+1-t\}$. Okazuje się, że analogiczna własność zachodzi dla operatorów ograniczonych w przypadku, gdy $t \in [1-p, p]$, przy dodatkowym założeniu, że operator $\mathcal{A}_t(T)$ jest gęsto określony.

W niniejszej rozprawie badam również transformatę Aluthge dla konkretnych klas operatorów: operatorów kompozycji ważonych w przestrzeniach L^2 i operatorów przesunięć ważonych na drzewach skierowanych. Dla kompozycji ważonych podaję kryteria na domkniętość, gęstą określoność i p-hiponormalność transformaty. Klasy przesunięć ważonych używam do skonstruowania przykładu pokazującego, że transformata Aluthge operatora nieograniczonego nie musi być ani gęsto określona, ani domykalna.