

Abstract

This thesis presents lower and upper bounds on the competitive ratio in several variants of the online interval graph coloring.

The main result of Chapter 1 is a new lower bound for the online interval coloring with bandwidths. A special case of our construction also implies a new lower bound in the case where all intervals have the same length.

In Chapter 2 we investigate how the competitive ratio depends on the graph representation. In particular, we consider three ways to present the graph in the online unit interval graph coloring with bandwidths: a mere graph, proper interval representation, and unit interval representation. For each studied variant we provide both lower and upper bounds on the competitive ratio.

Chapter 3 is devoted to the analysis of the competitive ratio in the online interval coloring in which all intervals are restricted to have lengths within some fixed range $[a, b]$. In such a setting, we provide a $(1+b/a)$ -competitive algorithm, and present a series of lower bound constructions.

In Chapter 4 we analyze one of the most natural greedy algorithm in the online interval coloring with bandwidths with restrictions on interval lengths and bandwidths.

Finally, in Chapter 5 we extend our study to the graph enumeration problem, and present an algorithm that enumerates all non-isomorphic interval graphs on n vertices with worst-case $O(n^3 \log n)$ time delay between the output of two consecutive graphs.

Patnyk Mihos

Streszczenie

Niniejsza rozprawa przedstawia dolne i górne ograniczenia na czynnik kompetytywności w kilku wariantach problemu online kolorowania grafów przedziałowych.

Głównym wynikiem Rozdziału 1 jest nowe ograniczenie dolne w problemie online kolorowania przedziałów z wagami. Mała modyfikacja w naszej konstrukcji daje także nowe ograniczenie dolne w przypadku, gdy przedziały są równej długości.

W Rozdziale 2 badamy zależność pomiędzy czynnikiem kompetytywności a sposobem prezentacji grafu. Rozważamy trzy sposoby prezentacji grafu w problemie online kolorowania grafu równoprzedziałowego tj: sam graf, reprezentacja 'proper' oraz reprezentacja równoprzedziałowa. W każdym z podanych wariantów podajemy zarówno dolne jak i górne ograniczenie na czynnik kompetytywności.

Rozdział 3 jest poświęcony analizie czynnika kompetytywności w wariacie online kolorowania przedziałów, w którym długości przedziałów należą do pewnego ustalonego zakresu $[a,b]$. Dla rozważanego problemu podajemy $(1+b/a)$ -kompetytywny algorytm, a także prezentujemy serię konstrukcji świadczących o ograniczeniach dolnych.

W Rozdziale 4 analizujemy jeden z najbardziej naturalnych algorytmów zachłannych w problemie online kolorowania przedziałów z wagami z ograniczeniami na długości przedziałów oraz ich wagi.

W Rozdziale 5 rozszerzamy nasze badania o problem listowania grafów i prezentujemy algorytm, który listuje wszystkie nieizomorficzne grafy przedziałowe na n wierzchołkach z pesymistycznym opóźnieniem pomiędzy wypisaniem kolejnych grafów wynoszącym $O(n^3 \log n)$.

Patryk Miłoś