

Prof. dr hab. Leszek Skrzypczak
Wydział Matematyki I Informatyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza
w Poznaniu

Poznań, 20.05.2019

**Recenzja osiągnięcia naukowego dr Piotra Budzyńskiego
z tytułowanego**
**Ważone operatory podstawiania w przestrzeniach typu L^2 :
subnormalność, refleksywność oraz powiązane zagadnienia**

Informacje ogólne

Piotr Budzyński uzyskał stopień naukowy doktora w roku 2008 na podstawie rozprawy zatytułowanej "Subnormalność C_0 -operatorów kompozycji na przestrzeniach L^2 ". Stopień nadała mu rada Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, a promotorem w przewodzie był prof. dr hab. Jan Stochel.

Dr Piotr Budzyński jest autorem 19 prac badawczych w tym jednej obszernej pozycji wydrukowanej w serii Lecture Notes in Mathematics. Spośród tych publikacji 7 wchodzi w skład osiągnięcia naukowego. Wszystkie prace z wyjątkiem jednej są pracami współautorскими. Wyjątkiem jest krótki ośmiostronicowy artykuł opublikowany w J.Funct. Sp.Appl., który nie wchodzi w skład osiągnięcia naukowego. Wszyscy współautorzy, z wyjątkiem jednego, I.B. Junga, są matematykami pracującymi na uczelniach w Krakowie. Z informacji bibliograficznych wynika, że współpracę z I.B. Jungiem nawiązał wcześniej promotor dr. Piotra Budzyńskiego.

Pięć prac wchodzących w skład osiągnięcia naukowego ([02],[03],[05], [06],[07]) zostało napisanych przez zespół autorów P.Budzyński, Z.Jabłoński, I.B.Jung i J.Stochel. Dwie pozostałe ([01],[04]) powstały przy współpracy dr Budzyńskiego z P.Dymkiem, A.Panetą i M. Ptakiem. A.Paneta jest współautorem tylko jednej z tych prac. Najważniejszą częścią prezentowanego osiągnięcia naukowego, zarówno pod względem merytorycznym jak i ob- jętościowym, jest niewątpliwie cykl pięciu prac napisanych przez pierwszą z wymienionych grup autorów.

Dokumentacja zawiera oświadczenia wszystkich współautorów, dotyczące ich udziału w badaniach. Oświadczenia te są zgodne jednak dosyć ogólnikowe, zwłaszcza w przypadku wspomnianego cyklu pięciu prac i nie pozwalają ocenić, które części osiągnięcia są w sposób szczególnie zasługą dr Piotra Budzyńskiego. Ze swej strony Piotr Budzyński określa w jednym zdaniu to co pochodzi od niego w pracach [03], [05] oraz [07], co podważają do pewnego stopnia inni autorzy pisząc, że "byłoby bardzo trudno przypisywać autorom konkretne rezultaty". Oświadczenia współautorów prac [01] oraz [04] są nieco bardziej szczegółowe.

Dr Piotr Budzyński był kierownikiem jednego grantu NCN w ramach konkursu Sonata oraz wykonawcą w dwóch innych grantach. Wygłaszał referaty na 21 konferencjach naukowych, krajowych i zagranicznych. Jego publikacje doczekały się według Web od Science 36 cytowań (bez autocytowań). Pomimo, że jest autorem tylko jednej samodzielnej pracy, jego współpraca ogranicza się zasadniczo do matematyków pracujących w ośrodku krakowskim. Współautorem 11 z ogółem 19 prac jest promotor jego rozprawy doktorskiej.

Jedyny staż naukowy, jaki odbył, to niespełna miesięczny pobyt na Uniwersytecie w Lille, w ramach programu finansowanego przez jego własną uczelnię.

Autoreferat nie jest najlepiej napisany. Brakuje w nim moim zdaniem opisu szerszej perspektywy badawczej i motywacji, a opis uzyskanych wyników jest techniczny i zbyt zbliżony do sformułowań w pracach. Nie ułatwia to lektury i oceny, recenzentowi niebędącemu specjalistą w zakresie teorii operatorów w przestrzeniach Hilberta, którym jestem.

Osiągnięcie naukowe Osiągnięcie naukowe dr. Budzyńskiego składa się z publikacji w tym jednej książki. Wszystkie prace są dziełami współautorskimi. Pięć z nich, w tym książka, zostały napisane z J.Stochelem, Z.J.Jabłońskim oraz I.B.Jungiem. Współautorami dwóch dalszych prac są P.Dymek i M.Ptak, a jednej z nich także A.Płaneta. wszyscy współautorzy z wyjątkiem I.B. Junga są matematykami pracującymi w Krakowie. Publikacje ukazywały się w bardzo dobrych lub znanych czasopismach: J.Funct.Anal, Adv.Math., Math.Nachrichten, Studia Math., J.Math. Anal. App. Pozycja książkowa ukazała się w serii Lect. Note in Math. wydawanej przez wydawnictwo Springer Verlag.

Rozprawa dotyczy operatorów podstawiania, zwanych również operatorami kompozycji, w przestrzeniach Hilberta $L^2(X)$ z miarą σ -skończoną, w bardzo wielu przypadkach są to przestrzenie z miarą dyskretną. Badane operatory są postaci

$$f \mapsto w \cdot (f \circ \varphi),$$

gdzie $\varphi : X \rightarrow X$ jest przekształceniem mierzalnym zwanym symbolem operatora a $w : X \rightarrow \mathbb{C}$ jest funkcją mierzalną zwaną wagą operatora. W przypadku, gdy $w \equiv 1$ mówimy o operatorze bezwagowym w przeciwnym wypadku mamy do czynienia z ważonymi operatorem podstawiania. Szczególną podklasą tych operatorów, gdy φ jest translacją, są ważne operatory przesunięcia. Własności ograniczonych operatorów tego typu są dosyć dobrze znane, dlatego autorzy skupiają się na badaniu operatorów nieograniczonych.

Operatory kompozycji są powszechnie uznanym tematem badań w różnych przestrzeniach funkcyjnych. Związane są one np. z teorią układów dynamicznych, teorią ergodyczną czy też teorią odwzorowań quasi-konforemnych. Dr. Piotra Budzyńskiego i jego współautorów nie interesują jednak zastosowania operatorów podstawiania lecz ich własności operatorowe, w szczególności subnormalność oraz refleksywność takich operatorów. Gęsto określony operator w przestrzeni Hilberta \mathcal{H} jest subnormalny, jeśli można go rozszerzyć do operatora normalnego działającego w ewentualnie nieco większej przestrzeni Hilberta $\mathcal{K} \supset \mathcal{H}$. Operator A jest refleksywny jeśli najmniejsza generowana przez ten operator algebra domknięta w słabej topologii, pokrywa się z algebrą wszystkich operatorów, które mają te same podprzestrzenie niezmiennicze co A .

Zasadniczym tematem prac [07], [06], [05], [03] oraz [02] jest subnormalność nieograniczonych ważonych i bezwagowych operatorów podstawiania. Badając subaddytywność operatorów nieograniczonych mamy do wyboru dwie strategie. Po pierwsze możemy szukać ogólnych warunków wystarczających lub/i koniecznych gwarantujących subnormalność. Takie warunki mogą być jednak trudne do sprawdzenia w przypadku konkretnych operatorów. Możemy również wziąć pod uwagę konkretną klasę operatorów i pytać, które z operatorów należących do tej klasy są subnormalne. Autorzy omawianych prac wybrali to drugie podejście, które z jednej strony może prowadzić do warunków łatwiejszych do sprawdzenia, a z drugiej może być użyteczne przy generowaniu różnych przykładów i kontrprzykładów. Klasyczne twierdzenie Lamberta mówi, że ograniczony operator podstawiania jest subnormalny wtedy i tylko wtedy, gdy generuje tzw. ciąg momentów Stieltjesa. Takie twierdzenie jest dostateczną motywacją do tego, aby zapytać o związek pomiędzy subnormalnością a generowaniem ciągu momentów Stieltjesa w przypadku nieograniczonych operatorów podstawiania. Przypomnijmy, że ciąg (a_n) nazywamy ciągiem momentów

Stieltjesa, gdy istnieje nieujemna miara borelowska μ na $[0, \infty)$ taka, że

$$a_n = \int_0^\infty t^n d\mu(t), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

W dwóch najwcześniejszych pracach wchodzących w skład osiągnięcia, autorzy zajmują się ważnymi operatorami przesunięcia na drzewach skierowanych. Mamy tu zatem do czynienia z ciągowymi przestrzeniami Hilberta, które stanowią uogólnienie klasycznych przestrzeni $\ell^2(\mathbb{N})$ i $\ell^2(\mathbb{Z})$ poprzez zastąpienie zbioru indeksów \mathbb{N} (\mathbb{Z}) drzewem skierowanym V . O ważnym operatorze przesunięcia S_λ zakłada się, że przestrzeń liniowa rozpinana przez funkcje charakterystyczne zbiorów jednoelementowych zawiera się w podprzestrzeni przestrzeni wektorów gładkich tego operatora. W zasadniczym twierdzeniu pierwszej z tych prac [07] sformułowano warunek dostateczny na to, aby taki operator określony na drzewie skierowanym był subnormalny. Warunek ten postuluje istnienie rodziny borelowskich miar probabilistycznych określonych na $< 0, \infty)$, która jest indeksowana wierzchołkami drzewa i spełnia pewne techniczne tożsamości wiążące te miary z wagami operatora. W przypadku, gdy przestrzeń liniowa rozpinana przez funkcje charakterystyczne e_u zbiorów jednoelementowych $u \in V$ zawiera się w zbiorze wektorów quasi-analitycznych warunek ten jest również warunkiem koniecznym, a ciąg $(S_\lambda^n(e_u))_n$ jest ciągiem Stieltjesa dla wszystkich $u \in V$. W drugiej pracy, w oparciu o wyniki uzyskane w pierwszej wykazano prostsze warunki subnormalności w przypadku trzech najprostszych drzew: \mathbb{N} , \mathbb{Z} oraz drzew posiadającego tylko jeden wierzchołek rozgałęziony. W przypadkach \mathbb{N} , \mathbb{Z} uzyskuje się nowy dowód znanych twierdzeń.

Ważnym operatorom postawiania na dyskretnych przestrzeniach z miarą poświęcona jest także obszerna praca [03] opublikowana w Adv Math. Motywacją był tutaj wynik uzyskany przez Jabłońskiego, Junga i Stochela w 2012 roku. Pokazali oni mianowicie, że istnieje ważony operator podstawiania, który generuje ciąg momentów Stieltjesa, ale nie jest hyponormalny a zatem i subnormalny. Przykład ten był wagowym operatorem przesunięcia określonym na drzewie skierowanym z jednym wierzchołkiem rozgałęzionym nieskończonego stopnia. W omawianej pracy opublikowanej w Adv. Math. autorzy znajdują przykład takiego operatora na lokalnie skończonym grafie skierowanym. Precyzyjniej, podano przykład operatora podstawiania, który jest iniektywny i generuje ciąg momentów Stieltjesa ale nie jest hyponormalny. Operator ten jest określony na grafie skierowanym posiadającym wszystkie wierzchołki stopnia 1 z wyjątkiem jednego który jest stopnia n , $n \geq 3$. Przypadek stopnia 2 pozostaje otwarty. Konstrukcja tego operatora opiera się na własnościach tzw. N -ekstremalnych miar oraz własności rodzin miar probabilistycznych spełniających tzw. warunek konsystencji rozważany przez autorów pracy [05].

Zasadniczym celem wspomnianej pracy [05] jest udowodnienie nowego kryterium subnormalności nieograniczonych operatorów podstawiania za pomocą mierzalnych rodzin miar probabilistycznych. Praca dotyczy iniektywnych, gęsto zdefiniowanych operatorów podstawiania określonych przez niesingularną transformację φ zdefiniowaną na σ -skończonej przestrzeni z miarą (X, \mathcal{A}, μ) . Upraszczając nieco zasadnicze twierdzenie można powiedzieć, że operator taki jest subnormalny, jeśli istnieje \mathcal{A} -mierzalna rodzina $P : X \times \Sigma \rightarrow [0, 1]$ miar probabilistycznych na \mathbb{R}_+ , Σ jest σ -algebrą zbiorów borelowskich spełniającą pewien techniczny warunek zwany warunkiem konsystencji. Warunek ten wiąże miary probabilistyczne określone w różnych punktach $x \in X$. Ważne tutaj jest to, że jeżeli rodzina miar spełnia warunek, o którym mowa, to momenty miar $P(x, \cdot)$ pokrywają się z pochodnymi Radona-Nikodyma miar $\mu \circ (\varphi^n)^{-1}$. W przypadku, gdy operator jest ograniczony warunek ten jest nie tylko wystarczający, ale i konieczny. Tego typu sformułowanie kryterium subnormalności operatorów ograniczonych nie było wcześniej znane. Konsekwencją ogólnego twierdzenia jest warunek subnormalności operatora podstawiania generowanego przez macierz.

Ci sami autorzy kontynuują badanie subnormalności nieograniczonych operatorów subnormalnych w książce opublikowanej w serii Lectures Notes in Mathematics. Rozszerzono w niej wyniki z pracy [05] na ważone operatory podstawiania określone na σ -skończonej przestrzeni z miarą (X, \mathcal{A}, μ) . Raz jeszcze podstawowym narzędziem umożliwiającym sformułowanie odpowiednich warunków dostatecznych i/lub koniecznych jest \mathcal{A} -mierzalna rodzina $P : X \times \Sigma \rightarrow [0, 1]$ miar probabilistycznych spełniająca warunki analogiczne do wspomnianego warunku konsystencji. Zagadnieniom tym poświęcony jest trzeci rozdział tej publikacji. Podobnie jak wyżej, w przypadku operatorów ograniczonych, uzyskuje się warunki konieczne i dostateczne na subnormalność ważonych operatorów podstawiania, por. Tw. 51 w Rozdziale 4. Oprócz subnormalności badane są inne własności pokrewne ważonych operatorów podstawiania: generowanie ciągu momentów Stieltjesa, quasinormalność, hyponormalność i kohyponormalność (przede wszystkim rozdziały 4 i 5). Uzyskane wyniki są bądź to uogólnieniem znanych twierdzenia dla operatorów ograniczonych na przypadek operatorów gęsto określonych, bądź to stanowią silniejsze wersje znanych już stwierdzeń dla operatorów nieograniczonych. Ogólne wyniki uzyskane w rozdziałach wcześniejszych wykorzystano w ostatnim szóstym rozdziale do badania ważonych operatorów podstawiania działających na przestrzeniach z miarą dyskretną.

Oprócz omówionych wyżej 5 prac napisanych przez zespół Budzyński, Jabłoński, Jung, Stochel, w skład osiągnięcia naukowego wchodzi jeszcze dwie prace napisane przez P. Budzyńskiego, P. Dymka i M. Płaka. Współautorem jednej z nich jest również A. Płaneta. Obydwie prace dotyczą ważonych operatorów przesunięcia na skierowanych ważonych drzewach ukorzenionych i bezlistnych. W pracy [04] opublikowanej w Math. Nachr. autorzy definiują rodzinę operatorów związanych ważonym przesunięciem S_λ . Operatory należące do tej rodziny zwane są operatorami mnożenia. Operator taki zadany jest symbolem tj. ciągiem liczb zespolonych, który nazywany jest mnożnikiem. Dowodzi się, że rodzina mnożników tworzy algebrę Banacha z jedynką z mnożeniem Cauchy'ego. Pokazano, że jeżeli zadany ciąg jest ciągiem współczynników szeregu potęgowego zbieżnego w kole o promieniu $\|s_\lambda\|$ i odpowiednia funkcja analityczna jest ograniczona to ten ciąg jest mnożnikiem. Pokazano ponadto, że jeżeli wspomniany szereg potęgowy jest zbieżny w kole o promieniu r większym od promienia spektralnego operatora S_λ , to odpowiedni operator mnożenia jest sumą szeregu potęgowego operatora S_λ .

Badania operatorów mnożnikowych są kontynuowane w ostatniej pracy wchodzącej w skład osiągnięcia. Pokazano tutaj, że algebra mnożników pokrywa się z domknięciem zarówno w silnej, jak i słabej topologii operatorowej wielomianów od operatora S_λ . Taka aproksymacja wielomianami pozwala z kolei udowodnić, przy pewnym technicznym założeniu, że operator S_λ jest refleksywny.

Osiągnięcie naukowe jest bardzo obszerne, a prace zostały opublikowane w bardzo dobrych lub dobrych czasopismach. Teoria operatorów działających w przestrzeniach Hilberta jest klasyczną częścią analizy funkcjonalnej. Teoria operatorów ograniczonych jest łatwiejsza i znacznie lepiej rozwinięta niż teoria gęsto określonych operatorów nieograniczonych. Prace wchodzące w skład osiągnięcia naukowego stanowią próbę rozwinięcia teorii operatorów nieograniczonych związanych z pojęciem normalności operatora. Operatory normalne to ważna klasa operatorów zawierająca operatory samosprężone i unitarne. Tematyka badań jest zatem istotna. Autorzy badają własności związane z normalnością nie w całkowitej ogólności, ale zawężają klasę interesujących ich operatorów do wagowych operatorów podstawiania w przestrzeniach L^2 . Często rozpatrują takie operatory określone na przestrzeniach z miarą dyskretną. Uważam osiągnięte wyniki za wartościowe i istotne dla rozwoju teorii operatorów nieograniczonych w przestrzeniach Hilberta.

Trudno natomiast ocenić w jaki sposób i w jakim zakresie dr Piotr Budzyński wpłynął na uzyskanie opisanych wyników. W przypadku prac [02] [04] i [06] deklaruje on jedy-

nie, że prace są efektem wielu podjętych z pozostałymi współautorami dyskusji” i określa swój wkład procentowy odpowiadający odwrotności odpowiedniej liczby współautorów. W przypadku prac [01], [03], [05] i [07] oprócz deklaracji prowadzenia dyskusji i wymiany poglądów załączone są stwierdzenia, że od niego pochodzą:

- "idea specyficznej dla ważonych przesunięć ... aproksymacji, która została użyta do dowodu głównego rezultatu" (praca [07]),
- "idea wykorzystania warunków zgodności oraz konstrukcja rozszerzenia quasinormalnego" (praca [05]),
- "ogólna idea badania konkretnych rozważanych w tej pracy, operatorów podstawiania" (praca [03]),
- oraz, że odpowiada " w szczególności za analizę zbalansowania, stanowiącą podstawę rezultatów o rozkładzie typu Wolda" (praca [01]).

Współautorzy prac [02], [03], [05] [06] i [07] deklarują zgodnie, że prace są efektem wspólnych dyskusji oraz, że "byłoby bardzo trudno przypisać autorom konkretne rezultatyżatem wymienione przez dr. Budzyńskiego "idee należy moim zdaniem interpretować, jako jego głos w prowadzonych dyskusjach.

Współautorzy prac [01] i [04] deklarują nieco więcej. Te deklaracje są jednak często dosyć ogólne np. "ode mnie pochodzi pomysł wykorzystania idei pochodzących z prac Shieldsa". Zaskakiwać może brak bardziej szczegółowej deklaracji ze strony dra Budzyńskiego dotyczącej pracy [04], skoro jego współautorzy takie oświadczenia składają.

Pozostałe publikacje

Pozostały dorobek dr. Budzyńskiego składa się z 12 prac, z czego 11 to prace współautorskie. Zasadniczo są to Ci sami współpracownicy, którzy pisali z nim prace składające się na osiągnięcie naukowe. Jedynym nowym nazwiskiem w tym zestawie jest K. Piwowarczych, również pracująca w Krakowie. Tematyka tych prac nie odbiega daleko od problematyki osiągnięcia naukowego. Wszystkie z wyjątkiem jednej dotyczą operatorów podstawiania, ograniczonych lub nieograniczonych, ważonych lub bez wagi. Wyjątek stanowi praca napisana wspólnie z K. Piwowarczyk i M. Ptakiem, która dotyczy własności pewnych podprzestrzeni ("Toeplitz-harmonic subspaces") algebry ograniczonych operatorów na przestrzeni Hilberta, generowanych przez izometrię lub operator quasi-normalny. Dwie najstarsze prace z 2007 i 2009 roku, sądząc po tytule, nawiązują bezpośrednio do doktoratu dra Budzyńskiego. Współautorem tych publikacji jest promotor rozprawy doktorskiej dr Budzyńskiego. Stopień doktora doktora Piotr Budzyński uzyskał 2008 roku a zatem prace te były pisane podczas studiów doktoranckich.

Jedyną samodzielną publikacją jest krótka ośmiostronicowa nota wydrukowana w J. Funct. Sp. Appl. w 2012 roku a zatem cztery lata po uzyskaniu stopnia doktora. Celem tej pracy jest skonstruowanie nieograniczonego operatora podstawiania, takiego, że obszar określoności jego kwadratu jest trywialny. Dr Piotr Budzyński konstruuje taki operator na przestrzeni z miarą dyskretną. W mojej opinii praca ta jest jedną ze słabszych prac w jego dorobku, i odbiega poziomem od współautorskich prac wchodzących do osiągnięcia naukowego.

Konkluzja

Ustawa z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki zawiera w Art. 16 punkt 2 następującą regulację: "Osiągnięcie, ..., może stanowić: ... część pracy zbiorowej, jeżeli opracowanie wydzielonego

zagadnienia jest indywidualnym wkładem osoby ubiegającej się o nadanie stopnia doktora habilitowanego.” Zgodnie z tym w rozporządzeniu Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 1 września 2011 r. czytamy: ” Ilekroć w rozporządzeniu jest mowa o współautorstwie, należy przez to rozumieć indywidualny, precyzyjnie określony przez habilitanta, w tym także procentowo, jego wkład w autorstwo”.

Na podstawie dostarczonych mi materiałów nie jestem w stanie stwierdzić czy opracowanie jakiegoś ”wydzielonego zagadnienia” pochodzącego z prac włączonych do osiągnięcia jest ”indywidualnym wkładem ” dra Piotra Budzyńskiego. Oświadczenia nie wskazują ani jednego twierdzenia czy lematu, którego dowodu dr Piotr Budzyński byłby autorem.

W ostatnich latach rośnie ilość prac współautorskich z zakresu matematyki, w tym prac pisanych przez większe cztero-, pięcioosobowe zespoły. Taka współpraca jest naturalna, często skuteczna i wynika z charakterystycznej dla naszych czasów łatwości komunikowania się. Z drugiej strony w tradycji akademickiej, stopień naukowy doktora habilitowanego związany był zawsze z uznaniem ubiegającego się, za osobę zdolną do prowadzenia samodzielnych badań naukowych. Dr Budzyński ma w swoim dorobku tylko jedną pracę samodzielną. Jest to ośmiostronicowa nota, która nie wchodzi w skład osiągnięcia. Na podstawie dostarczonych materiałów odniosłem wrażenie, że to nie on budował zespół, który napisał 5 spośród 7 prac wchodzących w skład osiągnięcia. Dr Budzyński nie wykazuje aktywności w nawiązywaniu współpracy poza środowiskiem, które go wykształciło w zakresie matematyki. Materiały nie wykazują, zatem dojrzałości matematycznej kandydata, jego umiejętności samodzielnego planowania i prowadzenia badań. Nie dowodzą również umiejętności inicjowania i nawiązywania współpracy, zwłaszcza międzynarodowej. W tej sytuacji brak szczegółowego udokumentowania jego indywidualnego wkładu jest tym bardziej znaczący.

W tej sytuacji zmuszony jestem uznać, że wniosek jest przedwczesny i nie spełnia wymagań Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytułach naukowych oraz o stopniach i tytułach w zakresie sztuki.

