

Marek Capiński
Wydział Matematyki Stosowanej AGH

Recenzja pracy doktorskiej Anny Sulimy pt.

Optimal portfolio selection in Ito-Markov Black-Scholes-Merton market

Jest to poprawiona wersja pracy, która, tak jak i wersja pierwotna, dotyczy modelu rynku składającego się z dwóch aktywów bazowych, waloru wolnego od ryzyka i akcji. Równanie nałożone na cenę akcji jest bardzo ogólne: obok procesu Wienera jako podstawowego źródła losowości, dopuszczone są skoki cen jak i losowe zmiany współczynników. Z uwagi na to model jest niezupełny. Aby temu zaradzić, rynek jest poszerzony o dodatkowe walory odpowiadające wszystkim źródłom losowości. Wyniki zawarte są w rozdziałach 3,4,5. W rozdziale trzecim mamy twierdzenie o reprezentacji martyngałów w wersji umożliwiającej dowód zupełności rozszerzonego rynku, co pokazane jest w rozdziale czwartym. Ostatni rozdział dotyczy problemu wyboru portfela maksymalizującego oczekiwaną użyteczność jego końcowej wartości.

Twierdzenie o reprezentacji jest oparte na pracy napisanej wspólnie z Z.Palmowskim i Ł.Stettnerem. Idea dowodu jest klasyczna: wiadomo, że wystarczy reprezentacja pojedynczej zmiennej losowej z przestrzeni L^2 co realizujemy w dwóch etapach. W pierwszym bierzemy zmienne losowe specjalnej postaci, ale takiej, że ich liniowe kombinacje są gęste w L^2 . Wybrano wielomiany i Twierdzenie 3.2.1 pokazuje ich reprezentację. Jest to wynik techniczny polegający na zastosowaniu wzoru Itô oraz całkowania przez części a najważniejszą częścią jest przejście graniczne. Mając twierdzenie o reprezentacji, dowód zupełności modelu jest rutynowy jeśli idzie o ideę, ale jest dość złożony z uwagi na ogólność modelu. Ostatni rozdział ma taki sam tytuł jak cała praca. Rozważane są dwa przykłady funkcji użyteczności: logarytmiczna i potęgowa. Dla logarytmicznej mamy rozszerzenie teorii E.Pladena portfeli optymalnego wzrostu. Optymalny portfel jest znaleziony przez różniczkowanie funkcji będącej pod całką dającą wielkość, którą mamy zmaksymalizować. To różniczkowanie jest względem zmiennej rzeczywistej, więc jest przeprowadzane dla ustalonych chwil oraz zdarzeń elementarnych po czym rozwiązujemy problem zerowania się pochodnej. Dla użyteczności potęgowej

stosuje się teorię sterowania stochastycznego. Podane jest rozwiązanie równania HJB a Twierdzenie 5.3.2 pokazuje, że jest ono rozwiązaniem problemu.

Można zauważyć zdecydowany postęp w porównaniu z pierwszą wersją. Wątpliwości recenzenta, mające naturę matematyczną, zostały wyjaśnione. Dowody niektórych twierdzeń zostały rozbudowane a w kilku przypadkach mamy nowe dowody (dotyczy to twierdzeń 3.1.1, 3.1.3, 3.2.1 i w zasadzie całego rozdziału piątego). Od strony zawartości matematycznej praca zdecydowanie zasługuje na to aby być uznaną jako praca doktorska.

Przechodząc do kwestii edytorskich, można odnotować, że język został poprawiony i jest w zasadzie bez zarzutu. Kilka uwag krytycznych: Zdanie z strony 19, linia -1 i 20, linia 1, nie jest uzasadnione (nie ma źródła ani argumentu), co jest o tyle ważne że w najprostszym modelu Blacka-Scholesa, nie jest ono prawdziwe, model z ceną $\mu > r$ nie prowadzi do arbitrażu.. Pomimo krytyki w pierwszej recenzji, w dodanym tekście autorka znów daje pracę recenzentom: "By the same arguments as in the proof of Thm. 3.3. of Liao [80], ..." (strona 19). Celowość dodania sekcji 4.2.1 jest wątpliwa, mamy tu twierdzenia bez źródeł (więc przez domniemanie pochodzą od autorki) ale bez dowodów.

W pierwszej recenzji były uwagi krytyczne dotyczące tzw. fikcyjnych walorów. Autorka argumentuje, że są one w obiegu, więc nie są fikcyjne. Powołuje się ona na innych autorów (praca [25]) na stronie 23. Recenzent nie jest do końca przekonany, ale można uznać, że kwestie sporów o charakterze ekonomicznym nie są kluczowe dla pracy z matematyki. Niemniej, w trakcie analizy tego fragmentu pojawiły się problemy.

W pracy [25] na stronie 110 czytamy:

For pure jump processes, the power-jump process of order two is just the variation process of degree two, i.e. the quadratic variation process (see e.g. [3,4] and [5]), and is related with the so-called realized variance. Contracts on realized variance have found their way into OTC markets and are now traded regularly.

Sulima na stronie 23 pisze:

Corcuera et al. [25] motivate trading in power-jump assets as follows. A power-jump process of order two is just a variation process of degree two, i.e. a quadratic variation process (see Barndorff-Nielsen and Shephard [9, 10]), and

is related to the so-called realized variance. Contracts on realized variance have found their way into OTC markets and are now traded regularly.

Widzimy, że drugie zdanie jest przepisane, a pierwsze praktycznie też, zmieniona jest część wstępna.

Dalej, na stronie 114 w [25] czytamy:

Typically the 3th-power-jump asset is measuring a kind of asymmetry ("skewness") and the 4th-power-jump process is measuring extremal movements ("kurtosis"). Trade in these assets can be of use if one likes to bet on the realized skewness or realized kurtosis of the stock

Sulima na stronie 23 zmienia rodzajniki i czas (słusznie) pisząc:

Typically a 3th-power-jump asset measures a kind of asymmetry ("skewness") and a 4th-power-jump process measures extremal movements ("kurtosis"). Trade in such assets can be of use if one likes to bet on the realized skewness or realized kurtosis of the stock.

Wreszcie również na stronie 114 w [25] znajdujemy zdanie:

On the other hand, an insurance against a crash can be easily built from the 4th-power-jump (or i th-power jump, $i \geq 4$) assets.

Jest ono powtórzone w doktoracie z kosmetyczną edycją:

Furthermore, an insurance contract against a crash can also be easily built from 4th-power- jump (or i th-power-jump, $i > 4$) assets.

Powyższe przykłady nasuwają podejrzenie naruszenia prawa. Rozstrzygnięcie tej kwestii wydaje się wykraczać poza rolę recenzenta. Chciałbym podkreślić, że dotyczy to fragmentu który gdyby został usunięty lub sprostowany do ogólnego stwierdzenia mówiącego, że pewni autorzy uważają że te aktywa są w obrocie, bądź też gdyby zacytowano ich dosłownie dodając cudzysłowy, nie byłoby żadnego problemu. Stosując analogie sportową, skoczek narciarski jest narażony na dyskwalifikację z uwagi na nieregulaminowy strój, a mianowicie skarpetki niewłaściwego koloru. Wierzę że jest to przykład adekwatny, stąd powyższe problemy nie wpłynęły na końcową konkluzję. Pytanie też czy doktoranci na UJ są przeszkoleni w tym zakresie.

Końcowa konkluzja z uwagi na zawartość matematyczną jest zdecydowanie pozytywna i wnoszę o dopuszczenie autorki do dalszych etapów przewodu.

Marek Copinski

Kraków, 10 września 2018.