Artur Jeż
Instytut Informatyki
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Wrocławski

31 stycznia 2019, Wrocław

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Karola Kosińskiego „Various Aspects of Nonrepetitive Sequences" („Różnorodne oblicza ciągów bez powtórzeń").

1 Ocena

Przedstawiona przez mgra Karola Kosińskiego rozprawa doktorska „Różnorodne oblicza ciągów bez powtórzeń" spełnia wymagania „Ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki" jak również kryteria zwyczajowe stawiane rozprawie doktorskiej; tym samym wnoszę o dopuszczenie mgra Karola Kosińskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

2 Opis i ogólna ocena rozprawy

Przedstawiona rozprawa doktorska została napisana na podstawie 3 artykułów naukowych

[1] Jarosław Grytczuk, Karol Kosiński, Michał Zmarz „How to play Thue games", *Theoretical Computer Science* 582:83–88 (2015).

[2] Jarosław Grytczuk, Karol Kosiński, Michał Zmarz „Nonrepetitive colorings of line arrangements", *European Journal of Combinatorics* 51:275–279 (2016).

[3] Karol Kosiński, Robert Mercaş, Dirk Nowotka: „Corrigendum to «A note on Thue games [Inf. Process. Lett. 118 (2017) 75-77]»", *Information Processing Letters* 130:63–65 (2018).

oraz nieopublikowanych wcześniej materiału (np. Rozdział 5.).

Zawartość merytoryczna, uwzględniając współautorstwo oryginalnych prac, **spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania** stawiane przed rozprawą doktorską. Tytuł oddaje zawartość rozprawy, choć mógłby zawierać pewne nawiązanie do gier.

Większość wyników dotyczy algorytmicznych strategii w grach, których celem jest stworzenie ciągów bez powtórzeń, jeden z wyników dotyczy uogólnienia kolorowania bez kwadratów na problemy geometryczne. Kwadratem nazywamy słowo postaci ww, nieskończone słowo jest bez kwadratów, jeśli żadne jego podsłowo nie jest kwadratem. Ogólniej, sześcianem jest słowo postaci www, m-tą potęgą jest słowo postaci $\underbrace{ww\cdots w}_{m \text{ razy}}$, zaś nieskończone słowo jest bez sześcianów/m-tych potęg, jeśli żadne jego skończone podsłowo nie jest kwadratem/sześcianem. Nałożeniem nazywamy słowo postaci $awawa$, gdzie a jest pojedynczą literą, słowo bez nałożeń definiujemy analogicznie.

Problem istnienia nieskończonych słów bez kwadratów, sześcianów, ... został postawiony i rozwiązany przez Thuego, w szczególności już wtedy wiedziano, że odpowiedź zależy od rozmiaru alfabetu. W rozprawie badane są warianty tego problemu: słowo konstruowane jest na przemian przed dwoje graczy o przeciwnych celach: Anna chce utworzyć słowo bez kwadratów (sześcianów, ...), zaś Benek pragnie słowa z kwadratem (sześcianem, ...). Rozważane są dwie rodziny problemów: w jednym konstruujemy słowo nieskończone, gracze kolejno dopisują litery po jego prawej stronie; w drugiej klasie słowo ma ustaloną długość, gracze mogą wpisywać litery w dowolnym miejscu (miejsca są jednak znane, tj. wiadomo, która miejsce jest pierwsze i nie można wpisywać liter między sąsiednie litery). W podstawowym wariancie problemu, tj. nieskończonego słowa bez kwadratów, używając metod probabilistycznych pokazano wcześniej, że dla alfabetu sześcioliterowego Anna ma strategię wygrywającą. W rozprawie podano strategię algorytmiczną (tj. ze skończonym opisem, choć zużywającą dowolnie dużo pamięci) używającą dziewięciu liter. Następnie pokazana jest bardziej złożona strategia, która używa tylko ośmiu liter oraz strategia na siedmiu literach, która działa dla zmodyfikowanego problemu, w którym podsłowa *aa* (długości dwa) nie powodują zwycięstwa Benka. Wyniki oparte są na pomysłowym użyciu nieskończonych słów częściowych, w części wyników są one też lokalnie modyfikowane przez Annę.

Następnie rozważane są inne warianty problemu. Ogólne podejście pozostaje podobne, tj. używane są nieskończone słowa częściowe, są one też lokalnie modyfikowane, w zależności od akcji drugiego gracza. W niektórych przypadkach dochodzą też inne, nietrywialne pomysły.

Ostatni rozdział ma inną, choć powiązaną, tematykę: rozważamy kolorowania grafów na płaszczyźnie, takie, że sekwencje kolorów na ścieżkach mają dawać słowa bez kwadratów. Te wyniki używają innych technik, w szczególności wyniki są egzystencjalnej, a nie algorytmicznej natury.

Ogólnie oceniam wyniki pozytywnie. Widać w nich znajomość literatury oraz narzędzi kombinatorycznych. Wymagały pomysłowości, część jest silnie techniczna. Widzę przynajmniej dwa ładne i ciekawe pomysły: użycie słów częściowych (w zasadzie w całej rozprawie) oraz kodowanie liter przy użyciu różnych dwuliterowych bloków (Rozdział 4). Słabszą stroną rozprawy wydaje mi się motywacja: w najbardziej podstawowym wariancie mogę przyjąć, iż słowa bezkwadratowe są na tyle ważne, że rozważamy gry na nich oparte. Ale tego argumentu nie da się dowolnie rozciągnąć: dlaczego rozważamy np. gry na alfabecie dwuliterowym i chcemy unikać akurat piątych potęg? Albo czemu Anna ma jednak nie przegrywać na krótkich kwadratach?

Przy czytaniu rozprawy może pojawić się pewna wątpliwość, czy jej tematyka pasuje bardziej do matematyki, czy informatyki teoretycznej. Zdaniem recenzenta może być ona przypisana do obu tych dziedzin. Argumentem jest też odbiór tych prac w środowisku naukowym: prace dotyczące tej problematyki, w szczególności prace na podstawie których napisana została rozprawa, publikowane są w zarówno w czasopismach uznawanych za matematyczne jak i informatyczne. Wybór informatyki jest moim zdaniem słuszny: podane strategie mają charakter algorytmiczny, a nie egzystencjalny.

3 Szczegółowe omówienie i uwagi do poszczególnych rozdziałów

3.1 Podrozdział 1.2, Rozdział 2

Podrozdział 1.2 zawiera podstawowe definicje i fakty dotyczące znanych słów nieskończonych. Rozdział 2 zawiera informacje o słowach częściowych oraz dowody licznych faktów ich dotyczących. Ponadto wytłumaczone jest, jak słowa częściowe odpowiadają strategiom Anny i podane są liczne wnioski: na podstawie znanych słów nieskończonych podane są strategie unikające sześcianów i większych potęg.

Moim zdaniem dobrze byłoby wyraźnie zaznaczyć, które fakty są powszechnie znane (zwłaszcza w Rozdziale 1.2), które nie są tak znane, lecz były udowodnione przez innych (zwłaszcza Rozdział 2), a które wymagały od autora własnej pracy.

3.2 Rozdział 3

Rozdział ten podaje strategie dla gier bez kwadratów. Pierwsza opiera się na połączeniu dwóch prostszych strategii, jednej unikającej kwadratów parzystej długości, i jednej unikającej kwadratów nieparzystej długości (długość kwadratu ww to długość samego w). Każda z nich używa alfabetu trzyliterowego, tak więc używając $3 \times 3 = 9$ liter i grając równolegle te dwie strategie, można uniknąć wszystkich kwadratów.

Strategie te są istotnie różne: dla kwadratów o parzystej długości strategia jest „ślepa", w tym sensie, że kolejne ruch Anny nie zależą od ruchów Benka. Strategia opiera się na wykorzystaniu nieskończonych słów częściowych. Niezdefiniowane jeszcze litery odpowiadają naturalnie literom uzupełnianym przez Benka. Wiadomo, iż istnieją słowa częściowe, w których litery zdefiniowane i nie zdefiniowane występują na przemian i w których dowolne zdefiniowanie brakujących liter nie powoduje powstawania kwadratu.

Z drugiej strony, przy kwadratach nieparzystej długości dość łatwo podać prostą strategię, kluczowe jest uniknięcie bardzo krótkich kwadratów, dla dłuższych w potencjalnym kwadracie ww odpowiadające litery są tworzone przez różnych graczy i prosta strategia pozwala takiego kwadratu uniknąć.

Podoba mi się ten wynik. Z jednej strony redukuje on ogólny, relatywnie trudny, problem do dwóch, które okazują się istotnie prostsze. Strategia dla kwadratów parzystej długości ładnie wykorzystuje istniejące wyniki.

W dalszej części rozdziału podany jest algorytm używający jedynie 8 liter. W skrócie, pierwsza wersja wykorzystywała dziewięć liter, jednak tak naprawdę gra toczyła się na dwóch osobnych podgrach, które w żaden sposób nie były ze sobą związane. Potrzebną liter liczbę można zmniejszyć poprzez wykorzystanie pewnych zależności między grami. Dzieje się to jednak kosztem prostoty samego rozwiązania: algorytm i jego analiza są dużo bardziej skomplikowane.

Warto zaznaczyć, iż przedstawiony algorytm jest korektą wcześniejszego rozwiązania (bez udziału autora), które okazało się błędne. Autor wykrył błąd i zaproponował niezbędne poprawki. Zasługuje to na pochwałę i udowadnia też umiejętność wnikliwego czytania prac naukowych.

Doceniam poprawę wyniku i niezbędny wkład techniczny, choć to rozwiązanie jest dużo mniej eleganckie, niż poprzednie.

Następnie rozważana jest modyfikacja problemu, w której Benek wygrywa jedynie na dostatecznie długich kwadratach: jeśli wykluczymy kwadraty długości dwa i cztery, to prosta modyfikacja pierwszej strategii (używająca innego nieskończonego słowa) pozwala wygrać Annie przy użyciu sześciu liter. Dla wariantu, w którym wykluczamy jedynie kwadraty długości dwa, również podana jest strategia dla Anny używająca sześciu liter. Jest ona w duchu drugiej strategii, tj. strategia i jej dowód opierają się na dużej ilości lokalnych zmian i wykorzystaniu zależności.

Moja ocena wyników dla zmodyfikowanego problemu jest podobna jak dla oryginalnego: w pierwszym przypadku doceniam elegancje i prostotę, w drugim techniczną siłę, jednak pierwszy wynik podoba mi się bardziej. Ponadto, pojawiają się pewne wątpliwości co do motywacji zajęcia się tak ograniczonym problemem. Problem słów bez kwadratów jest „klasyczny", ale czemu zajmujemy się akurat takim uogólnieniem? Dla pierwszej strategii odpowiedź jest dość prosta: niewiele trzeba, by ją udowodnić. Ale spory nakład pracy dla drugiej strategii wydaje się słabiej umotywowany.

3.3 Rozdział 4

W tym rozdziale rozważane jest wariant problemu, w którym długość gry, tzn. długość końcowego słowa, jest z góry znana, jednak gracze mogą wpisywać litery w dowolnych pozycjach.

Pozycje są numerowane, tj. wiadomo, która jest pierwsza, a która ostatnia, nie można też wstawiać liter pomiędzy sąsiednie litery. Podana jest dość prosta i ładna strategia: dzielimy pozycje wejściowego słowa na dwuliterowe bloki i każdej z nich przypisujemy zestaw czterech dozwolonych par liter (nad czteroliterowym alfabetem). Są one tak dobrane, że jeśli Benek wpisze literę w jedno pole, Anna jest w stanie uzupełnić drugie pole w żądany sposób. Następnie z interpretujemy kody jako litery nad mniejszym, trzyliterowym alfabetem i z własności uzyskanego słowa pokazujemy, że nie może w nim istnieć nałożenie.

Podejście to uważam za eleganckie i pomysłowe. Co ciekawe, uzyskany wynik jest optymalny: dla trzyliterowego alfabetu podana jest zwycięska strategia Benka (na słowach długości 10).

Strategia ta może też być w naturalny sposób użyta dla poprzedniego wariantu gry, gdzie pokazuje przykładowo rozmiar alfabetu potrzebny do unikania sześcianów.

3.4 Rozdział 5

O ile dobrze rozumiem, wyniki przedstawione w tym rozdziale nie zostały wcześniej opublikowane. W tym rozdziale rozważany jest problem gier nad alfabetem binarnym, Anna stara się uniknąć m-tych potęg. Dla $m = 3, 4$ podana jest bardzo prosta strategia wygrywająca dla Benka. Głównym wynikiem tego rozdziału jest podanie strategii Anna dla $m = 5$. Ponownie wykorzystane jest podejście używające nieskończonych słów częściowych. Za bazę wzięte jest słowo, które gwarantuje brak 4-tych nietrywialnych potęg. Strategia ta jest zmodyfikowana, tak aby uniknąć 5-tych trywialnych potęg. Modyfikacje te występują na dłuższych segmentach i oparte są na rozważaniu przypadków. Analiza tego algorytmu, choć zawiera kilka interesujących uproszczeń i pomysłów, jest żmudna, w szczególności wiele początkowych przypadków sprawdzanych jest w pełni „ręcznie", analiza zawiera też dość szczegółową charakteryzację możliwych podsłów i zmian w oryginalnym nieskończonym słowie.

Doceniam wkład pracy i precyzję rozważań, rozwiązanie jest jednak bardzo techniczne i żmudne.

3.5 Rozdział 6

W ostatnim (poza podsumowaniem) rozdziale rozważane są, luźno związane z poprzednimi, problemy dotyczące kolorowania grafów na płaszczyźnie.

W pierwszym rozważanym sproblemie dany jest układ prostych na płaszczyźnie, traktujemy punkty ich przecięć jako wierzchołki grafu, a odcinki prostych między kolejnymi takimi punktami jako krawędzie grafu. Interesuje nas kolorowanie, w którym każda sekwencja kolorów występujących na prostej ścieżce jest słowem bez kwadratów. Podana jest dowód, iż dla każdego układu prostych możliwe jest takie kolorowanie przy użyciu najwyżej 405 kolorów. Wynik oparty jest na znanym silnym wyniku kombinatorycznym Alona i Marshalla.

W drugim problemie rozważamy kolorowanie płaszczyzny. Interesują nas sekwencje kolorów współliniowych punktów, takich zę kolejne punkty odległe są od siebie o 1. Wymagamy, aby każda taka sekwencja była słowem bez kwadratów. Najpierw konstruowane jest proste, jednak o dość technicznych własnościach, kolorowanie liczb całkowitych sześcioma kolorami. Następnie ostateczne rozwiązanie dzieli płaszczyznę na małe dwa kwadraty, punkty w jednym kwadracie pokolorowane są jednym kolorem. Kolorujemy osobno w pionie i w poziomie używając poprzednio skonstruowanego kolorowania.

Badane problemy wydają mi się trochę egzotyczne, pierwsze rozwiązanie jest eleganckie ze względu na zastosowanie znanego, silnego wyniku, drugie jest na swój sposób proste i pomysłowe. Choć są one związane z główną częścią rozprawy wspólnym tematem „ciągi bez powtórzeń", wydają mi się dość odległe od głównej części. Ponadto w przypadku tych wyników akurat jednoznacznie przypisałbym je do matematyki, a nie informatyki. Nie jestem pewien, czy włączenie tych wyników polepsza ogólną wymowę rozprawy.

4 Uwagi redakcyjne

Niestety, moje ogólnie pozytywne wrażenie psuje redakcja rozprawy, która pod wieloma względami jest poniżej oczekiwań. Doceniam napisanie samej rozprawy, zamiast popularnego obecnie oddania zestawu prac, jednak szanse stworzone przez zredagowanie wyników na nowo nie zostały właściwie wykorzystane.

Najważniejszym zarzutem jest brak ścisłości. Dla wielu problemów rozważanych w rozprawie znane są wyniki egzystencjalne, w rozprawie rozważone zostały warianty z konstrukcją samej strategii wygrywającej. Użyte sformułowanie to „a strategy with finite description", a następnie „[...] Turing Machine [...] if the length of the game is a part of the input". Informacja o „skończonym opisie" jest niejednoznaczna. Czy oznacza to skończony program (o być może nieskończonym zużyciu pamięci?), czy też program używający skończonej pamięci? Uściślenie wprowadza jedynie więcej problemów: zwykle myślimy, że Maszyny Turing odpowiadają na problemy decyzyjne, lub obliczają jakieś funkcje, rozważana tu maszyna ma działać interaktywnie i w dodatku dowolnie długo (bo gra się nie kończy). Jakaś specyfikacja tego działania jest potrzebna. Co więcej, stwierdzenie „if the length of the game is a part of the input" zmienia zupełnie model: jeśli długość gry jest ograniczona, to Maszyna Turinga może przejrzeć wszystkie strategie dla gry tej długości i wybrać właściwą. Być może intencją było, że wejście jednak *nie zawiera* długości gry?

Wszystkie te problemy są dość proste do rozwiązania: podany strategie są obliczane przez skończony program używający pamięci wielomianowo (czy nawet liniowo) zależnej od długości gry, analogiczne oszacowanie zachodzi też dla potrzebnego czasu.

Tu mała uwaga: w rozprawie doktorskiej z informatyki spodziewałbym się choć zgrubnego oszacowania zużytej pamięci i komentarza, czy jakieś nietrywialne modyfikacje są możliwe; w tym konkretnym przypadku, sprowadza się to do pytania, czy kolejne wyrazy rozważanych nieskończonych ciągów można obliczyć lepiej, niż w wielomianowym czasie i pamięci.

W rozprawie występują też drobne nieścisłości czy niekonsekwencje w definicjach, które łatwo naprawić czy poprawnie zinterpretować, lecz one po prostu nie powinny się pojawić. Przykładowo: w podrozdziale 1.1 „overlap" zdefiniowane jest jako nałożenie na siebie dwóch różnych wystąpień tego samego słowa. Ale od rozdziału 1.2 w nałożeniu te dwa wystąpienia mają mieć dokładnie jedną wspólna literę. W ostatnim rozdziale, gdy algorytm nie dający nałożeń użyty jest do odpowiedzi na pytanie o problem bez sześcianów, bez żadnego komentarza wracamy jednak do pierwszej definicji. Łatwo sprawdzić, że te definicje są równoważne, ale zadaniem autora jest albo utrzymanie konsekwencji w definicjach lub komentarz, dlaczego druga wersja jest równoważna pierwszej.

Mam parę zastrzeżeń dotyczących kompozycji samej rozprawy: Rozdziały 3–7 są dobrze wydzielone, moje zastrzeżenie budzi jednak podział Rozdziałów 1 i 2: Podrozdział 1.2 zawiera definicje i sporo podstawowych faktów i nie powinien być częścią wstępu. Należało połączyć Podrozdział 1.2 z częścią Rozdziału 2, która zawiera podstawowe informacje o częściowych słowach. Jednocześnie z części rozdziału 2, która mówi o ślepych grach, uczynić osobny rozdział. W szczególności, obecna prezentacja w Rozdziale 2 jest trochę chaotyczna i skacze pomiędzy własnościami słów częściowych i związanymi z nimi grami.

Właściwym wstępem jest podrozdział 1.1, który liczy zaledwie dwie i pół strony. Wydaje mi się, że to stanowczo za mało. Rozprawa doktorska daje szansę zakreślenia szerszej perspektywy badań, pokazania ogólnej wiedzy i orientacji autora w temacie. Przykładowo, innym tematem badań, będącym kontynuacją prac Thuego, są pytania o nieskończone słowa unikające bardziej skomplikowanych wzorców, lub też wielu wzorców. Moim zdaniem wypadałoby przynajmniej o nich wspomnieć. Skoro autor wspomina o tym, że używając metody probabilistycznej (w jakimś jej wariancie) jesteśmy w stanie pokazać istnienie strategii używającej mniejszej liczby liter, niż podane tu konstrukcje, wypadałoby wspomnieć, że jest to często występujące zjawisko. Problem mało rozbudowanego wstępu oraz braku zakreślenia szerszej perspektywy odbija się też w bibliografii, która zawiera trzydzieści pięć pozycji. Choć wystarczająca, liczba ta wydaje się dość mała, jak na rozprawę doktorską

Mam też sporo uwag natury językowej. Zdaję sobie sprawę, że język rozprawy nie jest ani moim, ani autora językiem ojczystym i ciężko oczekiwać w niej szekspirowskiej frazy. Problemy są jednak dużo poważniejsze. Wiele słów i sformułowań jest niejasna czy też nawet kompletnie niezrozumiała. Na przykład kilkukrotnie występujące w sformułowaniach „provided Ann doesn't lose on" można rozumieć dwojako: jako modyfikację wejściowej gry, tak iż niektórych konfiguracji nie uznajemy za przegrywające (jest to zamierzone znaczenie); można je też rozumieć jako zewnętrzna gwarancję, że taka sytuacja z jakiegoś innego powodu się nie zdarzy (i niestety to jest znaczenie, w jakim tego typu sformułowania są zwykle używane). Częste jest użycie słów w znaczeniu innym, niż mają one w języku angielskim, czasem jest to znaczenie zaczerpnięte z języka polskiego, a czasem zupełnie inne. Utrudnia to zrozumienie tekstu. W rozprawie nagminnie używane są zwroty „let's", „don't", „doesn't", itp. Są to kolokwializmy, które nie powinny pojawić się w druku; ponadto ze zwrotów „let's define" i ogólnie „let's *czasownik*" nieszczęsne „let's" można po prostu usunąć, nie zmieniając zupełnie sensu zdania.

Wiele spośród zaproponowanych algorytmów przeprowadza dość skomplikowane operacje lokalnie zmieniające nieskończone ciągi liczb. Operacje te nie są intuicyjnie wytłumaczone, nie jest podana idea tych zmian, zamiast tego musimy polegać na pseudokodzie z duża liczbą operacji warunkowych. Co więcej, sam pseudokod też nie jest napisany zgodnie z powszechnie przyjętymi zasadami przejrzystości: częste jest wykorzystanie operacji arytmetycznych do zmiany wybranej litery, co jest nieczytelne. W najgorszym przypadku instrukcja $f \leftarrow 3 - x - y$ oznacza, iż za f należy wybrać liczbę ze zbioru $\{0, 1, 2\}$ nie będącą x ani y, tj. jedyną liczbę w $\{0, 1, 2\} \setminus \{x, y\}$.

Mam również zastrzeżenia typograficzne: sprawienie, by LaTeXgenerował poprawne polskie czcionki jest już w dzisiejszych czasach naprawdę proste i trudno zrozumieć, czemu tak się nie stało (poprawnie generowane są za to litery charakterystyczne dla alfabetu rumuńskiego). Wybór czcionki wytłuszczonej dla nazw algorytmów jest wątpliwy.

Na zakończenie, chciałbym tylko zaznaczyć, że dobór słownictwa itp. w napisanym po polsku streszczeniu również pozostawia trochę do życzenia.

5 Podsumowanie

Mimo sporych zarzutów natury redakcyjnej, rozprawę oceniam pozytywnie. W mojej ocenie przedłożona rozprawa jest podstawą do nadania tytułu doktora nauk matematycznych w dziedzinie informatyki. Wnoszę o dalsze procedowanie przewodu doktorskiego.