13 września 2017 r.

Prof. dr hab. Tadeusz Krasiński
Wydział Matematyki UŁ
90-238 Łódź, ul. Banacha 22
E-mail: krasinsk@uni.lodz.pl

Ocena

rozprawy doktorskiej mgr. Kamila Drzyzgi pt. "Bishop's multivalued projections"

Rozprawa doktorska zajmuje się klasycznym zagadnieniem przedłużania funkcji holomorficznych z podrozmaitości zespolonej do całej rozmaitości. Podstawowe problemy te są już od dawna rozstrzygnięte w przypadku rozmaitości Steina (będących uogólnieniem obszarów holomorficzności w $\mathbb{C}^n$) i to w znacznie ogólniejszej formie (istnieją przedłużenia z podzbiorów analitycznych przestrzeni Steina do całej przestrzeni). Używane tam są powszechnie metody teorii snopów i teorii kohomologii o wartościach w snopach, w języku których wypowiadane są klasyczne twierdzenia tej teorii, z których wynikają twierdzenia o przedłużaniu – słynne twierdzenia A i B Cartana. Autor rozprawy zastosował jednak inną metodę w dowodzie twierdzeń o przedłużaniu – metodę holomorficznych projekcji wielowartościowych zapoczątkowanej w pracach amerykańskiego matematyka E. Bishopa w Zalatach sześćdziesiatych ubiegłego wieku a więc przed ponad pięćdziesięciu laty. Zaprezentował on (E. Bishop) w swoich pracach inne podejście do podstaw geometrii analitycznej zespolonej w odróżnieniu od metod teorii snopów w pracach Cartana, Steina, Serre'a, Grauerta, Remmerta i innych. W związku z tym moje pierwsze wrażenia dotyczące rozprawy były negatywne. Uznałem, że w rozprawie zastosowano stare metody (wymyślone przez kogoś innego) do otrzymania wyników w węższej klasie przestrzeni – tylko dla rozmaitości Steina i podrozmaitości w nich. Ponadto autor korzysta z wielu twierdzeń udowodnionych przez E. Bishopa np. dotyczących istnienia wielościanów analitycznych. Jednak bliższa analiza wyników i referat autora w Łodzi przekonały mnie, że metoda Bishopa daje dodatkowe informacje o przedłużeniach funkcji z podzbiorów do całej przestrzeni. Formuła, korzystająca z rzutowań wielowartościowych, definiująca operator rozszerzenia jest na tyle "jawna", że pozwala udowodnić nowe, ciekawe wyniki dotyczące rozszerzeń. Po pierwsze, skonstruowany w rozprawie operator rozszerzenia funkcji holomorficznych z podrozmaitości rozmaitości Steina do podzbioru otwartego relatywnie zwartego w tej rozmaitości (Theorem 4.1.5) jest operatorem liniowym ciągłym (w topologii jednostajnej zbieżności na zbiorach zwartych). W ogólnym przypadku przedłużeń na całą rozmaitość otrzymujemy ten sam rezultat tylko dla pewnych podzbiorów przestrzeni funkcji holomorficznych na podrozmaitości $M \subset X$. Są one jednak dość ważne:

1. podprzestrzenie liniowe skończenie wymiarowe w $\mathcal{O}(M)$ – w szczególności dla pojedynczych funkcji (Corollary 5.1.6),
2. pewne podprzestrzenie Hilberta w $\mathcal{O}(M)$ (Proposition 5.1.7),
3. w szczególności ciekawy przypadek podprzestrzeni $L_h^2(M) \subset \mathcal{O}(M)$ funkcji holomorficznych całkowalnych z kwadratem.

Powyżej wymienione rezultaty łącznie z twierdzeniami o istnieniu wielowartościowych projekcji są głównymi wynikami rozprawy.

Rozprawa napisana jest poprawnie, choć w bardzo skondensowanej postaci – liczy tylko 29 stron. Brak ograniczeń na liczbę stron w rozprawie można wykorzystać do dokładnego przedstawienia wszystkich szczegółów, motywacji, różnic i przejść w rozumowaniach. Wstęp do pracy o tak ważnym i od dawna badanym zagadnieniu liczy 8 wierszy. Brak w pracy informacji o nowych i oryginalnych elementach w rozprawie, tym bardziej, że rozprawa dotyczy znanego zagadnienia i już dawno rozwiązanego.

W pracy jest sporo drobnych usterek, co świadczy o braku starannego sprawdzenia rozprawy przed oddaniem do oceny.

Mimo tych uwag uważam, że praca spełnia wymogi rozprawy doktorskiej. Oceniam ją pozytywnie i wnioskuję o dopuszczenie mgr. Kamila Drzyzgi do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

T. Krasiński