RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

„Quantitative aspects and generation of random lambda and combinatory logic terms"
mgr Maciej Bendkowski

AUTOR RECENZJI: DR HAB. ALEKSY SCHUBERT
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki
Uniwersytetu Warszawskiego

1 Problematyka i zawartość pracy

Tematyka rozprawy Rachunek-λ oraz logika kombinatoryczna stanowią szeroko badane w literaturze formaty, w których można reprezentować dowody w systemach logicznych, a także – na mocy izomorfizmu Curry'ego-Howarda – programy w językach programowania. Stanowią one formalizmy, w których analizowane są zagadnienia związane z obliczalnością, bez odrywania ich od językowej reprezentacji. Obecność jej stanowi o istotnej różnicy między tymi modelami, a modelami opartymi na maszynach Turinga czy różnego rodzaju automatach, i pozwala na bardziej precyzyjne ujmowanie niektórych niuansów związanych z procesem tworzenia oprogramowania.

Przedstawiona do oceny praca skupia się na analizie własności ilościowych różnych klas termów we wspomnianych formalizmach i podaje asymptotyczne ich charakteryzacje, określające, jak zachowuje się w granicy proporcja termów o danej własności do liczby wszystkich termów (lub termów o innej własności).

W niektórych współczesnych zastosowaniach informatyki często rozwiązanie, które oblicza dokładny wynik, nie zawsze jest możliwe do zastosowania ze względu na duży czas oczekiwania na rezultat. Dlatego w praktyce nierzadko przyjmuje się rozwiązania, które dają dobry wynik z dużym prawdopodobieństwem. Tworzenie tego typu algorytmów i ich analiza są możliwe dzięki analizie własności ilościowych przestrzeni termów.

Inne potencjalne zastosowanie polega na generowaniu elementów określonego zbioru z określonym rozkładem. Tego typu generowanie elementów jest potrzebne, gdy chcemy zdobyć statystyczny argument dotyczący jakiegoś zjawiska. Końcowy wynik w takich zastosowaniach może być obliczony jedynie jeśli znany jest rozkład prawdopodobieństwa wejściowej zmiennej losowej.

W przedstawionej rozprawie jako główne zastosowanie przedstawionych metod podana jest możliwość użycia ich w systemach automatycznie generujących przypadki testowe, które są termami języków programowania. Zastosowanie to jest możliwe dzięki temu, że, jak nadmieniłem wcześniej, model obliczeniowy osadzony jest w reprezentacji językowej. Warto tutaj jeszcze nadmienić, że chociaż wyniki przedstawione w rozprawie znajdują bezpośrednie zastosowanie przy generowaniu programów w językach funkcyjnych, to w kręgu najpopularniejszych języków programowania (Java,

A. S.

C++, C#) rośnie zainteresowanie włączaniem do zestawu dostępnych tam konstrukcji rozwiązań znanych z programowania funkcyjnego, więc uzyskane tu wyniki mają także potencjał znalezienia zastosowania w ich kontekście.

Treść rozprawy Praca składa się z sześciu rozdziałów. Pierwszy rozdział zawiera wprowadzenie do zagadnień studiowanych w tekście, przedstawia kontekst tych zagadnień ze szczególnym uwzględnieniem podobnych badań na gruncie logiki klasycznej, ale przede wszystkim na gruncie rachunków lambda. W rozdziale drugim ustalana jest notacja oraz podawane są znane z literatury klasyczne wyniki dotyczące rachunku-λ z typami prostymi, analizy funkcji generujących ciągów, a także próbkowania boltzmanowskiego. Dalsze rozdziały skupiają się na przedstawieniu oryginalnych wyników rozprawy.

W rozdziale trzecim badane są własności rachunku-λ zadanego w formacie notacji de Bruijna. Mamy tutaj do czynienia z szeregiem prostych obserwacji, które jednak są bardzo ciekawe i wartościowe. Można je podzielić na kilka grup tematycznych. Pierwsza z nich dotyczy sytuacji, gdy poszczególnym symbolom języka można przypisać różne wagi.

- Pierwsza dokonana tutaj jest obserwacja, że klasa termów zawierająca ustalony term jako podterm jest asymptotycznie równoważna klasie wszystkich termów. To spostrzeżenie stanowi syntaktyczne kryterium, dzięki któremu udaje się pokazać, iż klasa termów, które nie są silnie normalizowalne, jest asymptotycznie równoważna klasie wszystkich termów, podobnie dla klasy termów nietypowalnych.
- Drugim ciekawym wynikiem jest obserwacja, iż średnia wartość indeksu de Bruijna wśród termów o rozmiarze n zmierza przy n dążącym do nieskończoności do stałej liczby.
- Trzeci wynik – podany jedynie jako informacja w twierdzeniu 3.7 – kontrastuje asymptotyczną równoważność zbioru termów, które nie są silnie normalizowalne oraz zbioru wszystkich termów z brakiem takiej równoważności dla zbioru termów, które nie są normalizowalne.

Kilka ciekawych wyników podano też przy założeniu, że poszczególne symbole mają wagę 1 (tzw. model z rozmiarem naturalnym).

- Pierwsza z nich to obserwacja, że termy rachunku-λ są w zachowującej rozmiar bijekcji z drzewami czarno-białymi unikającymi wzorów z pewnego określonego, znanego z literatury zestawu.
- Druga to fakt, że termy rachunku-λ w postaci normalnej są w zachowującej rozmiar bijekcji z drzewami Motzkina. Ta bijekcja pozwala na skorzystanie z wcześniej znanego z literatury generatora losowych drzew określonego rozmiaru.
- Trzecia to określenie gęstości termów w głowowej postaci normalnej w zbiorze wszystkich termów.

Rozdział trzeci kończy się prezentacją generatorów losowych termów określonego rozmiaru, dla termów:

- zamkniętych i typowalnych,
- zamkniętych,

A.S.

- zamkniętych, h-płytkich (tzn. takich, które zapisane w notacji de Bruijna korzystają z co najwyżej h indeksów de Bruijna).

Rozdział czwarty rozprawy zawiera opis algorytmu, który dla zadanego n wyznacza pewną gramatykę R_n. Gramatyka taka generuje wyrażenia zbudowane z kombinatorów S i K, które redukują się do postaci normalnej w n krokach. W rozdziale przedstawiony jest dowód całkowitej poprawności wspomnianego algorytmu, a także podane jest oszacowanie rozmiaru uzyskanej gramatyki. Przeprowadzenie potrzebnych rachunków wymagało dużej wyobraźni algebraicznej połączonej z umiejętnością wykorzystania współczesnych systemów automatyzujących obliczenia analityczne.

Rozdział piąty rozprawy przedstawia wyniki ilościowe dotyczące logiki kombinatorycznej. Zaczyna się od obserwacji podobnych do początkowych obserwacji rozdziału trzeciego:

- Dla dowolnego niepustego zbioru $\mathcal{A}$ wyrażeń o kombinatorach bazowych ze zbioru L zamkniętego na naddrzewa zbiór $\mathcal{A}$ jest asymptotycznie równoważny zbiorowi wszystkich wyrażeń kombinatorowych złożonych z kombinatorów bazowych L.
- Asymptotyczna równoważność zbioru termów, które nie są silnie normalizowalne oraz zbioru wszystkich termów, kontrastuje z brakiem takiej równoważności dla zbioru termów, które nie są normalizowalne.

Dalsza część rozdziału poświęcona jest oszacowaniom dotyczącym asymptotycznej gęstości normalizowalnych wyrażeń logiki kombinatorycznej. Autor pokazuje w pracy, że obliczalna jest gęstość wyrażeń, które normalizują w m krokach. Następnie, wylicza takie gęstości dla 7 pierwszych wartości m, dzięki czemu uzyskuje dolne oszacowanie na gęstość wszystkich normalizowalnych wyrażeń (na poziomie ok. 34%). Szacowanie to jest uzupełnione przez wyniki eksperymentalne przeprowadzone na krakowskim superkomputerze Prometheus, które sugerują, że właściwa gęstość jest istotnie wyższa, bo na poziomie 85%.

Wreszcie w rozdziale szóstym podane są wnioski końcowe oraz przedstawiona została lista interesujących problemów otwartych, jakie można badać w dziedzinie związanej z przedstawioną rozprawą.

2 Ocena

Wiedza teoretyczna Wykonanie badań przedstawionych w rozprawie wymagało połączenia znajomości czterech dziedzin: rachunku-λ, matematyki dyskretnej, rachunku prawdopodobieństwa oraz analizy matematycznej. W tematyce, którą ja się zajmuję, połączenie tych dziedzin w jednym opracowaniu zdarza się bardzo rzadko. W każdej z tych czterech dziedzin użyte techniki nie należą do najbardziej wyrafinowanych – w zasadzie zdolny student studiów licencjackich informatyki o profilu uniwersyteckim ma opanowane użyte w rozprawie metody pochodzące z dziedzin matematyki dyskretnej, rachunku prawdopodobieństwa oraz analizy matematycznej. Zagadnienia z rachunku-λ też nie wychodzą poza podstawowy kurs tego tematu.

Taka ocena jednak nie umniejsza wartości przedłożonej do oceny pracy. Badania ilościowe nad rachunkiem-λ i pokrewnymi formalizmami mają charakter pionierski i w związku z tym prostymi środkami daje się uzyskać daleko idące wyniki. Należy też podkreślić, że kandydat w pracy wykazał się dogłębną znajomością wyników wcześniej uzyskanych w tej dziedzinie.

A.S

Umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej Chociaż narzędzia, które są używane w tych badaniach, nie są bardzo zaawansowane, to sposób ich wykorzystania świadczy, że autor opanował je na poziomie wysokiej sprawności. Nie wątpię, że w zasięgu ręki autora są również techniki bardziej zaawansowane i jeśli zajdzie taka potrzeba, autor po nie sięgnie. Zwłaszcza, że niektóre z rozumowań zaprezentowanych w pracy są bardzo skomplikowane, wyrafinowane i trudne. Te obserwacje pozwalają na stwierdzenie, iż warsztat metodologiczny autora jest na bardzo dobrym poziomie, w zupełności pozwalającym na samodzielne prowadzenie pracy naukowej.

Drugą ważną zdolnością samodzielnego naukowca jest umiejętność zadawania ważkich i interesujących pytań. Autor w końcowym rozdziale rozprawy przedstawił szereg interesujących problemów otwartych, których rozwiązania można byłoby się podjąć. Dodatkowo autor umieścił te problemy w szerszym kontekście badań naukowych w dziedzinie rachunków-λ i pokrewnych formalizmów.

Wspomniane dwie cechy wskazują, że kandydat osiągnął wystarczający poziom dojrzałości i jest gotowy do samodzielnego prowadzenia pracy naukowej.

Uwagi merytoryczne Kandydat w swojej pracy nie ustrzegł się pewnych mankamentów. Problemy te nie decydują o zasadniczej wartości pracy, ale ich pokonanie wydaje się było w zasięgu ręki, więc szkoda, iż stosowne rozszerzenie nie zostało wykonane.

Autor przy konstruowaniu swoich samplerów oraz w rozdziale trzecim skupiał się na czysto implikacyjnym fragmencie rachunku-λ. Natomiast programy w językach funkcyjnych nie ograniczają się tylko do konstrukcji związanych z abstrakcją i aplikacją, ale obejmują zwykle konstrukcje dla produktu, czy sumy rozłącznej, albo bardziej ogólnie – dla algebraicznych typów danych. Wybrany do analizy fragment zapewne jest najtrudniejszy, ale może dlatego warto byłoby pokazać pełniejszy obraz.

Drugie ważne uzupełnienie, którego brak trochę doskwiera, przy czytaniu, to fakt, iż wyniki eksperymentalne z sekcji 5.3.2 zostały podane dla funkcji R_1. Tymczasem dla tak niskiego indeksu jest w zasięgu aparatu analitycznego bezpośrednie wyznaczenie wzoru na R_1 i wyznaczenie wzoru na δ. Spodziewałbym się natomiast rozszerzonej analizy eksperymentalnej dla R_n przy n większych niż 1, pokazujących czy dynamika zmiany błędu jest podobna jak dla R_1.

Dowód twierdzenia 5.9 (oraz 3.7) zawiera konkretne oszacowania odpowiednio większe od zera i mniejsze od jedności na stosunek liczby termów normalizowalnych do wszystkich termów. Warto byłoby podać te liczby w sformułowaniu twierdzenia. Co więcej, wydaje się, że w zasięgu aparatu analitycznego dostępnego kandydatowi byłoby oszacowanie wynikające z obserwacji, że nie mają własności normalizacji wszystkie termy postaci $\omega_i\omega_i$, gdzie $\omega_i = \lambda x.\underbrace{x\ldots x}_{i-razy}$.

Uwagi redakcyjne Oprócz wspomnianych powyżej mankamentów związanych z zakresem przeprowadzonych badań znalazłem pewną liczbę potknięć natury redakcyjnej. Oto ich zestawienie.

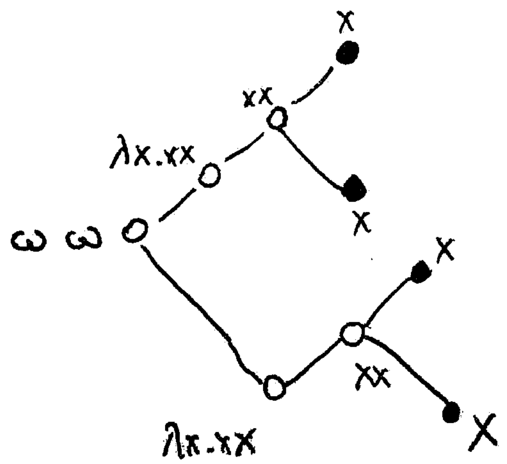
- Bardzo pomaga w czytaniu, gdy definiowane pojęcia są wyróżniane kursywą. W pracy nie zawsze stosuje się tę konwencję.
- Sposób realizacji podstawienia w termach zapisywanych w notacji de Bruijna na stronie 21. jest dosyć niejasny. W szczególności wstawianie termu M pod symbolem λ może wymagać przemianowania niektórych zmiennych wolnych w M, a to w podanym przepisie nie zachodzi.
- Wyrażenie *tranistive reflexive closure* w przedostatnim wierszu strony 22. powinno być raczej zapisane za pomocą dywizu: *tranistive-reflexive closure*.

A.S.

- Stwierdzenie tuż przed definicją 2.52: *able to implement* K, powinno raczej mieć postać *unable to implement* K.

- W definicji 3.9 mówi się o drzewach binarnych, ale tak naprawdę chodzi o drzewa o arności ≤ 2, co wynika z dalszej lektury sekcji oraz przyjrzenia się wynikom zamieszczonym w pracy [BBJ13].

- Rysunki drzew podane w przykładzie 3.12 są zaprezentowane z użyciem pewnej konwencji, która nie została w pracy wyjaśniona, a jest mocno nieoczywista dla osoby nie zajmującej się na co dzień tematyką doktoratu. Bezpośrednie zastosowanie definicji funkcji LtoBw dla termu Ω daje według mnie wynik taki jak następującym rysunku

  a ten różni się od tego, co jest zaprezentowane w przykładzie począwszy od niższego wierzchołka etykietowanego na moim rysunku przez $\lambda x.xx$.

  Również użycie konwencji, w której drzewa są reprezentowane tak, iż ich korzeń znajduje się po lewej stronie, a kolejne pokolenia potomków są rozwijane w prawo, powinno być jawnie wprowadzone.

- W sekcji 3.3.1 termin *software verification* wydaje się być użyty na wyrost. Z testowaniem bardziej kojarzy się termin *quality assurance*, a *software verification* jest zwykle stosowane w kontekście metod gwarantujących poprawne wykonanie programu w sposób absolutny.

- We wzorze (3.38) warto byłoby jednak umieścić znak $\pm$ przed symbolem pierwiastka, a następnie bardziej precyzyjnie wyjaśnić, że twierdzenie 2.18 jest używane do wyeliminowania rozwiązania z $+$.

- Na stronie 40. w przedostatnim wierszu przed słowem *able* powinno być słowo *is*.

- Definicja produkcji normalnej na stronie 42. wprowadza dosyć nieprzyjemny konflikt nazw z postacią normalną termów.

- Lukier syntaktyczny wprowadzony na samej górze strony 43. jest niezgodny z intencją. Zapewne chodziło tam, zgodnie z konwencją ze strony 14., o

A.S.

```
App (App (...(App X a_1)...) a_{m-1}) a_m
```

Przy analizie tekstu korzystałem właśnie z tej definicji.

- Warto byłoby, aby użyte w pseudokodzie operacje były jednak wyjaśnione w tekście. Wygodniej by się czytało, gdyby pojawiły się jednozdaniowe objaśnienia dotyczące działania funkcji bibliotecznych `nub`, `concatMap`, `cartesian` oraz gdyby było wyjaśnione jawnie, że `@` jest lukrem syntaktycznym dla konstruktora danych `App`.

- Relacja $\trianglerighteq$ wydaje się być zdefiniowana niezgodnie z intencjami, gdyż definicja ta nie zakłada możliwości syntaktycznego domknięcia na podwyrażenia. Tymczasem w tekście wyraźnie korzysta się z faktu, że zachodzi $C \trianglerighteq CR_0$, co bez wspomnianego domknięcia nie da się wyprowadzić.

- Pewien kłopot w czytaniu sprawia, iż wynik funkcji `mesh`, `meshSet`, `rewritingSet` jest opisywany dopiero po podaniu kodu tych funkcji. W ten sposób trudno czytając zrozumieć, do czego prowadzi podawana definicja.

- Na stronie 49. w punkcie (iii) powinno być $KR_{n-1}C$ zamiast $KR_{n-i}C$.

- W dowodzie stwierdzenia 4.10 autor używa daleko idących skrótów myślowych. Dowód ten jest prowadzony przez indukcję, gdzie rozstrzygalność jednych przypadków redukuje się do rozstrzygalności innych, przy czym indukcyjny charakter dowodu powoduje, iż implicite definiowana jest pewna procedura rekurencyjna. Jednak autor rezygnuje z podania jawnie całej procedury, w szczególności z jawnego podawania, w którym miejscu użyte jest wywołanie rekurencyjne, a w którym zewnętrzna procedura. Prowadzi to do tego, że pojawia się w dowodzie stwierdzenie $R_k \trianglerighteq \beta_1$ *is decidable*, które jest raczej niefortunne, bo odnosi się do rekurencyjnego wywołania definiowanej w dowodzie procedury, a nie do rozstrzygalności bliżej nieokreślonej procedury zewnętrznej świadczącej o rozstrzygalności jakiegoś problemu. Tymczasem sama postać tego wyrażenia sugeruje odwrotnie. Źródłem tych kłopotów jest dosyć niefortunne sformułowanie samego stwierdzenia z użyciem pojęcia rozstrzygalności.

- Wzory (4.23) i (4.25) są nieprawidłowe. Na przykład wzór (4.23) powinien wyglądać tak: $KXC\alpha_1 \ldots \alpha_m$. To ten zapis przedstawia najdłuższą K-EXPANSION dla $X\alpha_1 \ldots \alpha_m$, a nie użyty w pracy. Analogiczny problem występuje z (4.25).

Należy podkreślić, iż praca jest napisana dosyć starannie, językiem angielskim, który nie budzi żadnych moich wątpliwości. Powyższe niedociągnięcia redakcyjne nie decydują o poprawności uzyskanych wyników.

3 Wnioski

Jak wynika z przeprowadzonego omówienia, praca zawiera istotne i ciekawe wyniki, które zostały otrzymane dzięki zastosowaniu ciekawych pomysłów oraz przy użyciu dużej wyobraźni rachunkowej połączonej z umiejętnością wykorzystania współczesnych systemów automatyzujących obliczenia algebraiczne. Niewątpliwie rezultaty te są oryginalne i świadczą o wysokiej sprawności i kulturze matematycznej oraz o dogłębnej wiedzy kandydata. Poprawność rozumowań została przeze mnie sprawdzona i treść techniczna zrozumiana na tyle, iż nie mam wątpliwości, że otrzymane wyniki są poprawne. Bez wątpienia przedstawiony materiał świadczy o dużej dojrzałości naukowej osoby,

A.S

która go przygotowała. Dlatego mogę stwierdzić, że praca **spełnia warunki stawiane rozprawom doktorskim** przez *Ustawę o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki* i wnioskuję o dopuszczenie mgra Macieja Bendkowskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Warszawa, 1 września 2017
Aleksy Schubert