Wrocław, 09.10.2017

prof. dr hab. Jacek Cichoń
Katedra Informatyki
Wydział Podstawowych Problemów Techniki
Politechniki Wrocławskiej

Recenzja rozprawy doktorskiej dra Macieja Bendkowskiego

Mgr Maciej Bendkowski otrzymał tytuł magistra w roku 2014 za pracę magisterską pt. *Non-normalizing S-terms*. Jego opiekunem naukowym był prof. dr hab. Marek Zaionc. Od roku 2014 jest studentem studiów doktoranckich w Zespole Katedr i Zakładów Informatyki Matematycznej Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellonskiego w Krakowie. Jego promotorem jest również prof. dr hab. Marek Zaionc.

Jest autorem ośmiu prac naukowych. Jedna z jego prac jest samodzielna. Najczęstszym współautorem jego prac jest Katarzyna Grygiel (sześć prac). Ze swoim promotorem napisał cztery prace. Jego prace zostały opublikowane w dobrych czasopismach, takich jak *Theory and Practice of Logic Programming*, *Journal of Logic and Computation* i *Journal of Functional Programming.*

Jest kierownikiem grantu NCN pt. *Ilościowe aspekty złożoności obliczeniowej w rachunku lambda* (14.03.2017 - 13.03.2019), związanego tematycznie z przedstawioną rozprawą. Był również wykonawcą w kilku innych grantach. Prowadzi międzynarodową współpracę naukową z Olivierem Bodini (LIPN Université Paris 13), Paulem Tarau (University of North Texas) oraz Pierrem Lescanne (ENS de Lyon).

Omówienie rozprawy doktorskiej

Pierwsze dwa rozdziały omawianej rozprawy doktorskiej mają charakter wprowadzający w problematykę Kombinatoryki Analitycznej oraz λ - Rachunku. W rozdziale 2.1 przytacza klasyczne twierdzenie Riemanna (Theorem 2.18) które jest jednym z głównych narzędzie analitycznych stosowanych przez doktoranta. Rozdziały te są starannie zredagowane, znajdują się jednak w nim pewne usterki. Na przykład, wzór (2.16) powinien być starannej sformułowany (brakuje założenia $A(z, 0) = 0$).

Rozdział 3

W rozdziale tym znajdują są wyniki otrzymane wspólnie z K. Grygiel, P. Lescanne oraz M. Zaioncem.

Zaczyna się on od przytoczenia jednego z (prostszych) wyników Gittenberga i Gołębiewskiego z pracy *On the number of lambda terms with prescribed size of their De Bruijn representation*, STACS 2016. Autorzy ci wyznaczyli asymptotykę liczby termów λ - rachunku:

$$[z^n]L(z) \sim C\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{1}{\rho}\right)^n$$

gdzie C jest pewną stałą (określoną konkretną formułą) zaś ρ jest najmniejszym dodatnim pierwiastkiem pewnego wielomianu. Zarówno stała C jak i wielomian służący do wyznaczania stałej ρ zależą od parametrów funkcji kosztów λ-termów (są to cztery liczby naturalne, oznaczane, podobnie jak w pracy [GG] literam a,b,c,d). Na przykład, dla parametrów $a = b = c = d = 1$ (jest to tak zwany *naturalny model rozmiaru*) stała ρ jest pierwiastkiem wielomianu $w(z) = -z^3 - z^2 - 3z + 1$ i wynosi $0.29559\ldots$.

Wynik przestawiony w Proposition 3.3 głosi, że liczba λ-termów zawierających ustalony λ-term jest asymptotycznie równoważna liczbie wszystkich λ-termów. Inaczej mówiąc, asymptotycznie prawie wszystkie termy zawierają ustalony λ-term. Powyższe rozważania dotyczą wszystkich λ-termów (otwartych i domkniętych).

Dowód wykorzystuje w niezbyt trudny, ale pomysłowy, sposób wspomniany wynik Gittenberga i Gołębiewskiego. Wynik ten pozornie nie jest zaskakujący (np. asymptotycznie każdy ciąg zawiera jako podciąg dowolny ustalony ciąg, każde binarne drzewo asymptotycznie zawiera dowolne ustalone drzewo itp.). Warto go jednak porównać z wynikami z pracy Davida et al. z roku 2013 pt. *Asymptotically almost all λ-terms are strongly normalizing*, gdzie przy metodzie zliczania rozmiaru λ termu nie uwzględnia się zmiennych otrzymuje zupełnie inne wyniki. Ciekawy jest bezpośredni wniosek z tego wyniku: asymptotycznie prawie każdy λ-term nie jest normalizowalny.

Kolejnym wynikiem tego rozdziału jest Proposition 3.6. Zawiera on następujący wynik

$$\mu_n \sim \frac{a + (b-a)\rho^b}{1-\rho^b}$$

gdzie μ_n oznacza wartość oczekiwaną średniej wagi de Bruijna λ-termów rozmiaru n. Jest to bardzo elegancka formuła, dająca trochę niespodziewane wyniki. Na przykład, dla naturalnego modelu rozmiaru, po wykonaniu elementarnych obliczeń, otrzymujemy $\mu_n \approx 1.42....$ Interpretacja tego wyniku sprawiła mi jednak pewne trudności. Dopiero po sprawdzeniu przeprowadzonych rachunków, że autorowi chodzi o zmienną losową $\frac{w(x)}{k(x)}$ określoną na klasie λ - termów ustalonego rozmiaru n, gdzie $w(x)$ oznacza wagę liści zaś $k(x)$ oznacza liczbę liści w termie x.

Kolejne tematy poruszane w tym rozdziale to omówienie związku λ - termów z biało - czarnymi drzewami binarnymi. Pierwsze znane mi wzmianki o istnieniu tego związku pochodzą z pracy K. Grygiel i P. Lescanne pt. *A natural counting of lambda terms* z początku roku 2015. Omówione są również związki z drzewami Motzkina.

Rozważania z tego rozdziału kończą się omówieniu skonstruowanego przez doktoranta losowego generatora (typu Boltzman sampler) λ - termów z ograniczonymi indeksami de Bruijna. Autor zbudował taki ten generator w języku Haskel i jest on w stanie generować stosunkowo duże termy w rozsądnym czasie.

Rozdział 4

Rozdział ten oparty jest w całości na samodzielnej publikacji doktoranta (*Normal - order reduction grammars*, Journal of Functional Programming, vol. 27 (2017), 1-31). Poza drobnymi zmianami redakcyjnymi jest on kopią tego artykułu.

Autor omawia w nim zbudowany przez siebie algorytm, który dla danej liczby naturalnej n generuje jednoznaczną regularną gramatykę R_n generującą zbiór termów logiki kombinatorycznej generowanych przez zbiór kombinatorów $\{S, K\}$ dla których potrzeba dokładnie n kroków normalizacyjnych do osiągnięcia postaci normalnej. Bardzo ważnymi wynikami są Twierdzenie 4.17, pokazujące, że jeśli wyrażenie X redukuje się w n krokach, to $X \in L(R_n)$ ($L(R_n)$ oznacza język generowany przez gramatykę R_n) oraz Twierdzenie 4.19 o jednoznaczności. Moim zdaniem zaprezentowane w tym rozdziale podejście do logiki kombinatorycznej jest bardzo pomysłowe - autor do analizy wyrażeń logiki kombinatorycznej stosuje pośrednie podejście - najpierw generuje klasę gramatyk wyrażeń, a dopiero później bada wyrażenia należące do wygenerowanych przez nie zbiorów termów.

Rekurencyjne definicje gramatyk R_n pozwalają na zbudowanie funkcji generujących klas $L(R_n)$ (Rozdział 4.3.4). Pozwalają również na pokazanie, że problem redukowalności wyrażenia X w n krokach jest rozstrzygalny. Pod koniec tego rozdziału autor atakuje ambitne zadanie: próbę zliczenia liczby produkcji generowanch przez te gramtatyki. Podaje pewne, bardzo grube, górne oszacowania przez funkcję pierwotnie rekurencyjną. Rozważania swoje kończy mówieniem swojej implementacji algorytmu służącego do zliczania liczby redukcji. Wyniki działania tego algorytmu dla małych wartości parametru n pokazują na zaskakująco dużą rozbieżność między tymi wynikami a znalezionym górnym ograniczeniem teoretycznym.

Rozdział 5

Rozdział ten zaczyna się od elementarnych rozważań na tematy powiązane ze zliczaniem drzew planarnych z ustalonym skończonym zbiorem liści L (L-drzewa). Pokazuje się w nim (Proposition 5.6), że asymptotycznie prawie wszystkie L-drzewa zawierają ustalone L-drzewo. Wyniki te nie są oryginalne. Można je znaleźć (w znacznie bardziej ogólnej postaci) w pracy J. Steyaert'a i P. Flajolet'a pt. *Patterns and Pattern-Matching in Trees: An Analysis* z roku 1983. Jednakże wnioski wyciągnięte z Proposition 5.6 są oryginalne i bardzo ciekawe.

Ostatnie część tego rozdziału poświęcona jest asymptotycznej gęstości normalizujących SK-kombinatorów w klasie wszystkich kombinatorów. Stosuje do tege celu podstawowe metody kombinatoryki analitycznej. Za pomocą zbudowanych narzędzi analitycznych znajduje dolną granicę na tę gęstość (wzór 5.36). Rozważania swoje kończy omówieniem eksperymentów numerycznych przeprowadzonych na superkomputerze, sugerujących możliwość znacznego poprawienia otrzymanych oszacowań.

Rozdział 6

Rozdział ten kończy rozprawę i oprócz krótkiego podsumowania zawiera listę sześciu otwartych problemów badawczych.

Wnioski

Całkowicie samodzielny Rozdział 4 pokazuje, że doktorant ma opanowanych wiele zaawansowanych technik teoretycznych (bardzo dobrze zna problemy logiki kombinatorycznej, ma opanowany aparat kombinatoryki analitycznej) oraz potrafi je stosować w niekonwencjonalny sposób. Metody mówione w tym rozdziale uważam za bardzo pomysłowe.

Wyniki zawarte w pozostałych rozdziałach są w większości wspólne z innymi współautorami, lecz traktuję je jako potwierdzenie umiejętności doktoranta prowadzenia współpracy z innymi naukowcami. Przedstawiona rozprawa jest opracowana starannie (zawiera pewne mało istotne usterki i nieporadności redakcyjne, jednak nie sprawiały mi one większych trudności podczas pisanie recenzji).

Omawiane w wielu miejscach rozprawy implementacje rozważanych algorytmów (warto podkreślić, że źródła wszystkich algorytmów są dostępne) pokazują, że doktorant jest bardzo wprawnym programistą. Prowadzi współpracę międzynarodową. Aktywnie uczestniczy w grantach oraz aktywnie uczestniczył w kilku międzynarodowych konferencjach. Posiada całkiem spory dorobek publikacyjny.

Bez żadnych wątpliwości stwierdzam, że mgr Maciej Bendkowski w pełni spełnia kryteria ustawowe oraz zwyczajowe niezbędne do nadania mu stopnia doktora w dyscyplinie nauk matematycznych w dyscyplinie informatyka.

JCichoń

Jacek Cichoń