Dr hab. Stanisław Spodzieja
Uniwersytet Łódzki
Wydział Matematyki i Informatyki
90-238 Łódź, ul. Banacha nr 22
tel. (42) 6355866
E-mail: spodziej@math.uni.lodz.pl

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym Pana dr Macieja Piotra Denkowskiego

1. Droga naukowa habilitanta

Pan dr Maciej Piotr Denkowski uzyskał tytuł zawodowy magistra matematyki na Wydziale Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w roku 2002. Stopień doktora nauk matematycznych uzyskał na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego i Uniwersytecie Bordeaux 1 (dyplom podwójny w systemie co-tutelle) w roku 2006 na podstawie rozprawy doktorskiej pod tytułem *Effective methods and estimations in the theory of c-holomorphic functions* przygotowanej pod kierunkiem prof. dr. hab. Piotra Tworzewskiegi (UJ) i prof, Alaina Ygera (Bordeaux 1).

Od 2006 roku pracuje w Instytucie Matematyki, Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego; w latach 2006-2008 jako asystent w Katedrze Geometrii Analitycznej i Algebraicznej, a od 2008 roku na stanowisku adiunkta w Katedrze Geometrii Analitycznej i Algebraicznej (od 2015 roku - w Katedrze Geometrii Analitycznej). W roku akademickim 2009/2010 odbył studia podoktoranckie na Uniwersytecie Burgundii w Dijon (Francja), a od marca 2014 do lutego 2015 przebywał w Uniwersytecie Lille 1 (Francja).

Dr Maciej Piotr Denkowski prowadzi badania naukowe w zakresie geometrii analitycznej rzeczywistej i zespolonej, skupiając się na trudnych zagadnieniach teorii osobliwości. Jego dorobek naukowy składa się z 16 opublikowanych prac naukowych w czasopismach o zasięgu międzynarodowym oraz jednego rozdziału w monografii oraz kilkunastu preprintów. W dalszym ciągu oceny prace te będą oznaczane zgodnie z przedstawionym przez Autora spisem publikacji w autoreferacie.

2. Ocena *osiągnięcia naukowego*

Habilitant przedstawił do oceny w postępowaniu habilitacyjnym *osiągnięcie naukowe* w postaci jednotematycznego zestawu prac zatytułowanego "*Geometryczne aspekty teorii osobliwości i zastosowania*". Zestaw ten składa się z następujących sześciu prac (numery pochodzą z listy publikacji dotyczących osiągnięcia naukowego w autoreferacie).

[A1] Maciej P. Denkowski, Rafał Pierzchała, *On the Kuratowski convergence of analytic sets.* Ann. Polon. Math. 93 (2008), no. 2, 101–112.

[A2] Zofia Denkowska, Maciej P. Denkowski, *The Kuratowski convergence and connected components.* J. Math. Anal. Appl. 387 (2012), no. 1, 48–65.

[A3] Maciej P. Denkowski, *On the points realizing the distance to a definable set.* J. Math. Anal. Appl. 378 (2011), no. 2, 592–602.

[A4] Lev Birbraier, Maciej P. Denkowski, *Medial axis and singularities*, J. Geom. Anal. (2017) DOI 10.1007/s12220-017-9763-x, 43pp.

[A5] Maciej P. Denkowski, Jean-Jacques Loeb, *On open analytic and subanalytic mappings.* Complex Var. Elliptic Equ. 62 (2017), no. 1, 27–46.

[A6] Maciej P. Denkowski, *Multiplicity and the pull-back problem.* Manuscripta Math. 149 (2016), no. 1-2, 83–91.

Do dokumentacji dołączono oświadczenia współautorów, z których jasno wynika, że wkład Habilitanta w *osiągnięciu naukowym* stanowi co najmniej 50 % w pracach [A1], [A2] oraz [A4] i [A5]. Pozostałe prace [A3] i [A6] wchodzące w skład osiągnięcia nukowego są samodzielnymi wynikami Habilitanta. Wszystkie te prace są już opublikowane (praca [K3] jest opublikowana elektronicznie). W związku z tym spełniony jest ustawowy wymóg aby dzieło było opublikowane w całości lub w zasadniczej części.

Motywem przewodnim *osiągnięcia naukowego* jest używana z powodzeniem przez Habilitanta metoda geometryczna badania własności analitycznth, topologicznych i metrycznych osobliwości, oparta przede wszystkim na zastosowaniu zbieżności Kuratowskiego rodzin zbiorów domkniętych. Zbieżność ta została wprowadzona przez Painlevégo i usystematyzowana przez Kuratowskiego. Zajmowało się nią wielu matematyków, między innymi Zoretti, Vieroris i Zarankiewicz. Odgrywa ona ważną rolę w teorii sterowania optymalnego. Dotychczas nie zajmowała ona eksponowanego miejsca w geometrii analitycznej zespolonej. Znany był głównie warunek wystarczający zbieżności w sensie Kuratowskiego ciągu zbiorów analitycznych pochodzący od Bishopa. Tworzewski i Winiarski przeniesli ten warunek na grunt geometrii algebraicznej, który rozwinął dalej Tworzewski, a poźniej Rams, Yger oraz Bilski. Była ona również używana przez Stolzenberga. W przypadku rzeczywistym stosował ją Bröcker w kontekście zbiezności w sensie metryki Hausdorffa. W przypadku o-minimalnych struktur używali jej między innymi Lion, Speissegger oraz Pawłucki.

Habilitant w Autoreferacie bardzo dokładnie przedstawił zarówno rys historyczny jak i wprowadzenie merytoryczne. Na potrzeby recenzji przypomnimy jedynie podstawowe definicje i wyszczególnimy najistotniejsze wyniki osiągnięcia naukowego.

Niech X będzie przestrzenią metryczną lokalnie zwartą spełniającą drugi aksjomat przeliczalności i niech $\mathcal{F}_X$ będzie zbiorem wszystkich zbiorów domkniętych przestrzeni X. W zbiorze $\mathcal{F}_X$ wprowadzamy topologię za pomoca bazy złożonej ze zbiorów

$$\mathcal{U}(K, S) = \{F \in \mathcal{F}_X : F \cap K = \emptyset, F \cap U \neq \emptyset \text{ dla } U \in S\},$$

gdzie $K \subset X$ jest zbiorem zwartym, a S jest skończonym zbiorem zbiorów otwartych. Topologia ta jest metryzowalna. Zbieżność w tej topologii ciągu F_ν do zbioru F nazywamy *zbieżnością Kuratowskiego* i zapisujemy $F_\nu \xrightarrow{K} F$ w $\mathcal{F}_X$.

W paracy [A1] Habilitant wspólnir z R. Pierzchałą, podali warunki, w terminach zbieżności w sensie Kuratowskiego, na to by dany podzbiów zbioru otwartego Ω w $\mathbb{C}^n$ był zbiorem Nasha lub zbiorem algebraicznym. Dokładniej, w twierdzeniu 3.4 w [A1] Autorzy pokazali, że jeśli A jest domknietym podzbiorem zbioru otwartego $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ i istnieje ciąg zbiorów Nasha $N_\nu \subset \Omega$ zbieżny w sensie Kuratowskiego do zbioru A, przy czym stopnie zbiorów N_ν są wspólnie ograniczone, to zbiór A jest zbiorem Nasha w Ω. Podali również warunki na algebraiczność zbioru $A \subset \mathbb{C}^n$ w terminach zbieżności w sensie Kuratowskiego (twierdzenie 3.7 w [A1]) oraz ciekawy wniosek, że domknięcie rzutu na Ω zbioru Nasha w $\Omega \times \mathbb{C}^m$ posiadającego skończenie wiele składowych nierozkładalnych jest zbiorem Nasha (wniosek 3.5 w [A1]).

W pracy [A2] wspólnej z Z. Denkowską, Autorzy rozważają zbieżność Kuratowskiego w strukturach o-minimalnych w kontekście granic składowych topologicznych przekrojów zbiorów definiowalnych. Dokładniej, niech $E \subset \mathbb{R}^k_t \times \mathbb{R}^m_x$, niech $\pi_k(t, x) = t$ i niech $F = \pi_k(E)$. Przekrojem w $t \in F$ zbioru E nazywamy zbiór $E_t = \{x \in \mathbb{R}^m : (t, x) \in E\}$. W przypadku, gdy zbiór E jest definiowalny i domkniety oraz $0 \in F$, Autorzy zakładają, że E_0 jest granicą w sensie Kuratowskiego rodziny E_t (definicja tej zbieżności opisana jest w autoreferacie), co zapisujemy $E_0 = \lim E_t$. Praca [A2] dotyczy następujących problemów:

(1) czy $\#cc(E_0) \leq \#cc(E_t)$ dla $t \in F$ z pewnego otoczenia zera?, gdzie $cc(A)$ oznacza zbiór składowych topologicznych zbioru A;

(2) czy dla dowolnej składowej topologicznej S zbioru E_0 istnieje otoczenie zera V w zbiorze F takie, że dla każdego $t \in V$ istnieje rodzina $\{S^t_1, \ldots, S^t_{r_t}\}$ składowych topologicznych zbioru E_t taka, że $S = \lim(S^t_1 \cup \ldots \cup S^t_{r_t})$?

W twierdzeniu 3.7 w [A2] Autorzy odpowiadają na te pytania w przypadku gdy zbiór E jest zwarty i definiowalny lub subanalityczny, a w twierdzeniu 3.9 dla dowolnego zbioru zwartego, przy założeniu, że $\#cc(E_0) < \infty$. Bardzo ciekawe jest twierdzenie 4.1, które dotyczy aproksymacji semialgebraicznej zbiorów subanalitycznych typu Bilskiego. Twierdzenie 3.13 w [A2] mówi o półciągłości wymiarów cięć zbiorów zwartych i definiowalnych lub subanalityczych.

Najważniejszymi i najistotniejszymi w osiągnięciu naukowym Habilitanta, według piszącego opinię, są prace [A3] i jej kontynuacja [A4], wspólna z Birbrairem, o tzw. *szkieletach* w przypadku zbiorów subanalitycznych i definiowalnych. Badania te zapoczątkowane przez Nasha dotyczą zbiorów punktów danego zbioru M realizujących odległość od punktów leżących w otoczeniu zbioru M. Dokładniej, Nash pokazał, że *jeśli M jest podrozmaitością analityczną w zbiorze otwartym $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, to istnieje otoczenie $U \subset \Omega$ zbioru M takie, że dla każdego punktu $x \in U$ istnieje dokładnie jeden punkt $m(x) \in M$ taki, że* $\operatorname{dist}(x, M) = \|x - m(x)\|$, *tj.*, $m(x)$ *realizuje odległość euklidesową* $\operatorname{dist}(x, M)$ *punktu x od zbioru M. Ponadto odwzorowanie $m : U \ni x \mapsto m(x) \in M$ jest analityczne.* W przypadku zbioru M z osobliwościami, zbiór

$$m(x) = \{y \in M : \|y - x\| = \operatorname{dist}(x, M)\}$$

nie musi być zbiorem jednoelementowym. Prowadzi to do pytania o strukturę zbioru wyjątkowego, czyli zbioru tych punktów x, że $\#m(x) > 1$. W przypadku, gdy zbiór $M \subset \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^m$ jest definiowalny, Habilitant pokazał, że istnieje zbiór definiowalny $W \subset \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^m$ o otwartych przekrojach $W_t \subset \mathbb{R}^m$, $t \in \mathbb{R}^k$, taki, że $M_t \subset W_t$ jest domkniety w W_t oraz funkcja

$$m(t, x) = \{y \in M_t : \|x - y\| = \operatorname{dist}(x, M_t)\} \quad \text{dla } (t, x) \in W$$

jest definiowalna; istnieje definiowalny zbiór $E \subset W$ o nigdziegęstych w W_t przekrojach E_t taki, że $m(t, x)$ jest zbiorem jednoelementowym dla $x \in W_t \setminus E_t$ (twierdzenie 2.1 w [A3]). Ponadto istnieje zbiór definiowalny $F^p \subset W$, $p \geq 2$ taki, że $E \subset F^p$, F^p_t jest domkniety i nigdziegesty w W_t oraz funkcja $m(t, \cdot)$ jest klasy C^{p-1} w otoczeniu punktu $x \in W_t \setminus \overline{E_t}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in W_t \setminus F^p_t$. Powyższe twierdzenie nie zachodzi w ogólności dla zbiorów subanalitycznych. W przypadku zbiorów subanalitycznych M zachodzi podobne twierdzenie (twierdzenie 3.2 w [A3]) po ograniczeniu rozważań do całego zbioru M bez rozważania cięć.

Praca [A4] poświęcona jest badaniu szkieletu (inaczej medial axis lub kośćca), tj., zbioru

$$M_X = \{x \in \mathbb{R}^n : \#m(x) > 1\}$$

dla danego zbioru domkniętego i niepustego $X \subset \mathbb{R}^n$. W pierwszej części tej pracy Autorzy systematyzują pojęcia i podstawowe fakty związane z pojęciem szkieletu. Dowodzą między innymi, anonsowany przez Yomdina fakt, że zbiór M_X jest zbiorem nieróżniczkowalności kwadratu funkcji odległości ([A4], twierdzenie 2.23), oraz nierówności typu Łojasiewicza dla multifunkcji m ([A4], propozycja 2.16). W drugiej części podają charakteryzuje punktów przecięcia domknięcia szkieletu $\overline{M_X}$ ze zbiorem X: pełną charakteryzację w przypadku krzywej definiowalnej X w terminach zbioru punktów C^1-osobliwych oraz stożka stycznego do zbioru X w zadanym punkcie (twierdzenia 3.19, 3.21, 3.24, 3.27 w [A4]); oraz częściową dla dowolnego zbioru definiowalnego (twierdzenie 4.6 w [A4]). Dokładniej, jeśli X jest zbiorem domkniętym i definiowalnym, $0 \in X$ oraz stożek styczny $C_0(X)$ do zbioru X w punkcie 0 ma puste wnętrze i nie zawiera się w żadnej hiperpowierzchni, to $0 \in \overline{M_X}$ i $C_0(X) \subset M_V$. Trzecia część pracy [A4] poświęcona jest badaniu tzw. *promienia osiągalności* r, który Habilitant dokładnie opisuje w Autoreferacie. Autorzy dowodzą tutaj, że funkcja $x \mapsto r(x)$ jest definiowalna (twierdzenie 4.32 w [A4]), a jej zbiór zer jest równy $\overline{M_X} \cap X$ (twierdzenie 3.35 w [A4]). Doniosłość tych badań potwierdza fakt, że znajomość szkieletu ma duże znaczenie w intensywnie badanym obecnie rozpoznawaniu obrazów. Uwzględniając preprinty [P6] i [P7], wydaje się, że badania te będą dalej rozwijane przez Habilitanta.

W pracy [A5] Habilitant wspólnie z Loebem podają warunki na otwartość odwzorowań analitycznych, subanalitycznych oraz definiowalnych. Kluczowym jest tutaj lemat 3.8, który mówi, że *jeśli $f : \Omega \to \mathbb{R}^m$ jest odwzorowaniem ciągłym określonym na zbiorze lokalnie domkniętym $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, to f jest odwzorowaniem otwartym (na obraz $f(\Omega)$) wtedy i tylko wtedy, gdy włókna $f^{-1}(y)$ są ciągłe w sensie zbieżności Kuratowskiego.* W oparciu o ten lemat Autorzy dowodzą twierdzenie 3.14, które mówi, że *jeśli odworowanie f jest klasy C^1, subanalityczne lub definiowalne (w pewnej strukturze o-minimalnej) oraz Ω jest obszarem, to f jest odwzorowaniem otwartym wtedy i tylko wtedy, gdy ma wszystkie włókna wymiaru co najwyżej zero oraz jakobian odwzorowania f nie zmienia znaku i jest niezerowy.* Jest to przeniesienie na przypadek rzeczywisty znanych charaktryzacji otwartości odwzorowań holomorficznych, ale również uogólnienie wyników Gamboy, Rongi oraz Hirscha z przypadku rzeczywistego.

Istotną obserwację dotyczącą krotności odwzorowania holomorficznego na zbiorze lokalnie analitycznym zawarł Habilitant w pracy [A6]. Pokazał mianowicie twierdzenie 2.3, że *dla rzutowania $p : \mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^n \ni (x, y) \mapsto y \in \mathbb{C}^n$ oraz zbioru nierozkładalnego i lokalnie analitycznego $A \subset \mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^n$ takiego, że $p^{-1}(0) \cap A = \{0\}$, zachodzi*

$$i(p^{-1}(0) \cdot A; 0) = \tilde{m}_0(p|_A) \cdot \deg_0 p(A),$$

gdzie $i(p^{-1}(0) \cdot A; 0)$ jest krotnością przecięcia izolowanego zbiorów $p^{-1}(0)$ i A w punkcie 0 w sensie Achillesa, Tworzewskiego i Winiarskiego, $\deg_0 p(A)$ jest stopniem lokalnym w punkcie 0 (czyli liczbą Lelonga) zbioru $p(A)$, a $\tilde{m}_0(P|_A)$ jest krotnością regularną, tj.,

$$\tilde{m}_0(p|_A) = \limsup_{\operatorname{Reg} p(A) \ni y \to 0} \#(p^{-1}(y) \cap A \cap U),$$

gdzie U jest dostatecznie małym otoczeniem zera. Na uwagę zasługuje tutaj subtelna obserwacja Habilitanta, poparta przykładem, że liczby

$$\limsup_{\operatorname{Reg} p(A) \ni y \to 0} \#(p^{-1}(y) \cap A \cap U) \quad \text{i} \quad \limsup_{p(A) \ni y \to 0} \#(p^{-1}(y) \cap A \cap U)$$

nie muszą być równe. Ta obserwacja znalazła odzwierciedlenie w erracie do pracy [26], do której odnosi się Habilitant. Tam liczba $m_0(p|_A)$ jest krotnością nakrycia rozgałęzionego $p|_{A \cap U}$ w sensie Łojasiewicza, a więc jest równa $\tilde{m}_0(p|_A)$.

W pracy [A6] Autor podaje również elementarny dowód twierdzenia Ebenfelta-Rothschilda o gładkości obrazu pełnego gładkiego pull-backu (twierdzenie 1.2 w [A6]).

Najważniejszymi i najciekawszymi wynikami w osiągnięciu naukowym, według piszącego opinię, są: rozwinięcie metody zbieżności rodziny zbiorów domknietych z sensie Kuratowskiego do badania własności topologicznych i analitycznych w geometrii analitycznej oraz niebanalne i nieoczywiste charakteryzacje struktury szkieletów w pracach [A3] i [A4]. Bardzo dobrze, że Habilitant wraz z Birbrairem, usystematyzowali teorię szkieletów pod względem pojęciowym, jednak skomentowanie tego przez Habilitanta w Autoreferacie stwierdzeniem "nareszcie" wydaje mi się przesadzone.

Na uwagę zasługuje również podanie warunków w terminach zbieżności w sensie Kuratowskiego na to, by zadany zbiór był zbiorem Nasha lub zbiorem algebraicznym (w pracy [A1]) oraz podanie eleganckiej aproksymacji semialgebraicznej zbiorów subanalitycznych typu Bilskiego oraz zbadanie "dobrej zbieżności" składowych topologicznych rodziny definiowalnej zbiorów domkniętych (w pracy [A2]);

Szczególnie podobała mi sie praca [A6], z uwagi na wnikliwość Autora i dostrzeżenie subtelnej różnicy między krotnością geometryczną a krotnoscią regularną.

Powyżej omówione wyniki są istotne, leżą w nurcie aktualnie prowadzonych badań w Polsce i na świecie. Dotyczą one kluczowych i trudnych problemów geometrii analitycznej rzeczywistej i zespolonej. Większość z nich już znalazła oddźwięk w środowisku matematycznym, o czym świadczą ich cytowania. Uzyskane wyniki znajdą z pewnością trwałe miejsce w geometrii analitycznej rzeczywistej i zespolonej. Według mnie, *osiągnięcie naukowe* dr Macieja Piotra Denkowskiego ma wysoką rangę naukową, co bardzo dobrze uzasadnia staranie o nadanie stopnia doktora habilitowanego. Bez żadnych wątpliwości można stwierdzić, że osiągnięcie naukowe stanowi znaczny wkład Autora w rozwój matematyki, a dokładniej w rozwój geometrii analitycznej.

3. Ocena pozostałego dorobku naukowego

Pozostały dorobek naukowy Habilitanta składa się z dziesięciu publikacji oznaczonych w Autoreferacie [B1] – [B5], [C1] – [C5] oraz jednego rozdziału w monografii [D1]. Artykuł [C3] ma charakter przeglądowy. Ponadto Habilitant jest autorem siedmiu preprintów dostepnych na stronie arxiv.org oraz innych pieciu niedostępnych dla piszącego opinię.

Prace [B1] – [B5] poświęcone są funkcjom i odwzorowaniom c-holomorficznym i słabo holomorficznym. W pracy [B1] Habilitant wprowadził pojęcie rzędu znikania funkcji c-holomorficznej oraz oszacował wykładnik Łojasiewicza dla odwzorowań c-holomorficznych. Rozszerzył w ten sposób badania nad tym wykładnikiem dla odwzorowań regularnych, holomorficznych, czy semialgebraicznych prowadzone przez wielu autorów, na odwzorowania c-holomorficzne. W pracy [B2] uzyskał interesującą wersję Nullstellensatz dla funkcji słabo holomorficznych. Praca [B4] jest dość udaną próbą przeniesienia teorii residuów na przypadek funkcji c-holomorficznych. W pracy [B3] uogólnił tzw. *warunek separacji regularnej* z parametrami Łojasiewicza-Wachty: *dla zbiorów subanalitycznych* $X, Y \subset \mathbb{R}^n$,

$$\operatorname{dist}(x, X) + \operatorname{dist}(x, Y) \geq C \cdot \operatorname{dist}(x, X \cap Y)^{\beta} \quad \textit{w otoczeniu punktu } a \in X \cap Y$$

dla pewnej stałej $C > 0$ *oraz wykładnika* β, na przypadek rodziny c-holomorficznej z zerami izolowanymi. W tej pracy Autor podejmuje również próbę oszacowania stałej C. Badania te Habilitant kontynuuje, a kolejne wyniki na ten temat zamieścił w preprintach.

Praca [B5] poświęcona jest badaniu zbioru punktów w których funkcja słabo holomorficzna nie jest holomorficzna oraz zbioru, w którym funkcja ta nie jest ciągła.

W pracy [C1] Habilitant wspólnie z Z. Denkowską zapoczątkowali swoje badania nad zbieżnością w sensie Kuratowskiego w geometii analitycznej. Podali w niej warunki konieczny i dostateczny na półciągłość z góry przekrojów zbioru subanalitycznego oraz definiowalnego. W pracy [C4] Pan Denkowski podał warunek na to, by przecięcie dwu płatów subanalitycznych było zbiorem gładkim.

W pracy [C5] pokazał, że jeśli $D \subset \mathbb{R}^m$ jest obszarem, to jego szkielet $S = M_{\partial D} \cap D$ jest zbiorem spójnym. Praca ta wraz z pracami [A3], [A4] oraz preprintami [P6], [P7] stanowi cykl prac związanych z badaniami szkieletu w kontekście teorii osobliwości.

Prace te dobrze wpisują się w nurt badań geometri analitycznej. Zawarte w nich wyniki są niebanalne, nowe, dotyczą ważnych i trudnych zagadnień geometrii. Z pewnością znajdą one trwałe miejsce w geometrii i innych dziedzinach matematyki.

4. Ocena działalności dydaktycznej, popularyzatorskiej i w zakresie współpracy międzynarodowej

Dr Maciej Piotr Denkowski prowadził w Instytucie Matematyki UJ następujące zajęcia dydaktyczne na kierunku matematyka: wykłady z geometrii analitycznej I i II, analizy matematycznej II oraz English for Mathematics; ćwiczenia do wykładów ze wstępu do logiki i teorii mnogości, analizy matematycznej I – IV, algebry liniowej z geometrią I i II, algebry z teorią liczb I i II, topologii I, teorii miary i całki, funkcji analitycznych, równań różniczkowych cząstkowych I, geometrii analitycznej zespolonej oraz metod optymalizacji; proseminarium licencjackie oraz zajęcia wyrównawcze i wspomagające dla studentów pierwszego roku. W październiku 2014 roku prowadził cykl wykładów z geometrii analitycznej rzeczywistej i zespolonej dla doktorantów na Uniwersytecie Lille 1 (Francja). Był opiekunem ośmiu prac magisterskich. W 2013 roku mgr Pasternak otrzymał III nagrodę w konkursie im. J. Marcinkiewicza za pracę napisaną pod kierunkiem Habilitanta.

Kierował On dwoma grantami MNiSW, był głównym wykonawcą jednego grantu NCN.

Brał aktywny udział w wielu konferencjach zagranicznych i krajowych, na których wygłaszał referaty. Był też wielokrotnie zapraszany do wygłoszenia referatów na seminariach w wielu ośrodków zagranicznych. Uczestniczył w komitetach organizacyjnych dwóch konferencji, jednej krajowej i jednej międzynarodowej. Odbył staże w zagranicznych ośrodkach naukowych: stypendium Co-tutelle Rządu Francji w latach 2003-2006 (Uniwersytet Bordeaux I, Francja), staż podoktorski w roku 2009/2010 w Uniwersytecie Burgundii (Francja), roczny pobyt od marca 2014 do lutego 2015 r., w Uniwersytecie Lille 1 (Francja). Był zapraszany jako visiting professor do Uniwersytetu Angers (Francja) w 2009 oraz 2015 roku. W roku 2009 przebywał tydzień w Instytucie E. Schrödingera w Wiedniu (Austria) na zaproszenie prof. Hansera, a w roku 2014 – dwa tygodnie na Uniwersytecie Federalnym Ceará (w Fortalezie w Brazylii) na zaproszenie prof. Pacellego-Bossy. Recenzował wiele prac zarówno w czasopismach krajowych jak i zagranicznych.

Habilitant udziela się również na polu organizacyjnym przygotowując i uczestnicząc w realizacji projektów w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki. W 2013 roku był głównym organizatorem dnia otwartego Wydziału. Miał też prelekcję dla ucznior VI L.O. im. Adama Mickiewicza w Krakowie. Na uwagę zasługuje też fakt, że rysunki dr. Denkowskiego ilustrujące matematykę na wesoło były publikowane w czasopiśmie Delta, były też wykorzystane na koszulki promujące wydział.

Ocena działalności Habilitanta w obszarach omawianych w tym punkcie wypada zdecydowanie pozytywnie.

5. Konkluzja

Zbierając powyższe uwagi i oceny, stwierdzam, że dr Maciej Piotr Denkowski jest matematykiem o dużym zasobie wiedzy w zakresie jego działalności naukowej, a powierzone mu zajęcia dydaktyczne pozwalają sądzić, że wiedza ta sięga znacznie szerzej. Zarówno *osiągnięcie naukowe* jak i pozostały dorobek znajdują uznanie i oddźwięk w badaniach naukowych innych matematyków. Wymogi ustawowe dotyczące Impact Factor, Indeksu Hirscha i liczby cytowań są spełnione w pełni.

Uważam, że zarówno *osiągnięcie naukowe* jak i pozostały dorobek naukowy wraz z dorobkiem dydaktycznym, popularyzatorskim i w zakresie współpracy międzynarodowej Pana dr. Macieja Piotra Denkowskiego spełniają wymogi ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki z 2003 r. Z pełnym przekonaniem popieram nadanie Mu stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk matematycznych w dyscyplinie matematyka.

Łódź, 6 sierpnia 2017 r.

S. Spodzieja

Stanisław Spodzieja