

# Streszczenie

Niech  $K$  będzie algebraicznie domkniętym ciałem charakterystyki zero oraz niech  $n$  będzie dodatnią liczbą naturalną. Niech  $F = (F_1, \dots, F_n) : K^n \rightarrow K^n$  będzie odwzorowaniem wielomianowym takim, że wyznacznik macierzy jacobianowej  $\det \left( \frac{\partial F_i}{\partial X_j} \right)_{i,j=1,\dots,n}$  jest niezerową stałą. Hipoteza Jakobianowa stwierdza, że pod takim założeniami odwzorowanie  $F$  jest automorfizmem wielomianowym.

W artykule [1] T. Crespo and Z. Hajto przedstawiają równoważne sformułowanie Hipotezy Jakobianowej wyrażone w języku rozszerzeń Picarda-Vessiot. Ich sformułowanie zadaje tak zwane *kryterium wrońskianowe*, które pozwala na sprawdzenie, czy zadane odwzorowanie wielomianowe jest automorfizmem wielomianowym. W niniejszej pracy wzmacniamy kryterium wrońskianowe.

Ponadto w niniejszej pracy opisujemy efektywny algorytm, który konstruuje skończony, rekursywny ciąg odwzorowań wielomianowych  $(P_k)$  dla zadanego odwzorowania wielomianowego  $F$ . Podajemy równoważne do Hipotezy Jakobianowej stwierdzenie wyrażone za pomocą elementów ciągu  $(P_k)$  oraz pokazujemy w jaki sposób otrzymać wzór na odwzorowanie odwrotne  $F^{-1}$ .

W pracy dyskutujemy własności algorytmu, jego złożoność obliczeniową oraz jego implementacje.

## Literatura

- [1] T. Crespo and Z. Hajto, *Picard-Vessiot theory and the Jacobian problem*, Israel Journal of Mathematics **186** (2011), 401-405.

# Abstract

Let  $K$  be an algebraically closed field of characteristic zero and let  $n$  be a positive integer. Let us consider a polynomial mapping  $F = (F_1, \dots, F_n) : K^n \rightarrow K^n$  such that  $\det \left( \frac{\partial F_i}{\partial X_j} \right)_{i,j=1,\dots,n}$  is non-zero constant. The Jacobian Conjecture states that under above assumptions  $F$  is a polynomial automorphism.

In [1] T. Crespo and Z. Hajto gave an equivalent statement of the Jacobian Conjecture in terms of Picard-Vessiot extensions. Their statement gives so called *wronskian criterion* which let check if a given polynomial mapping is a polynomial automorphism. In this thesis we improve the wronskian criterion.

We also describe an effective algorithm which constructs recursive finite sequence of polynomial mappings  $(P_k)$  for a given polynomial mapping  $F$ . We give an equivalent statement to the Jacobian Conjecture in terms of this finite sequence  $(P_k)$  and we present how to obtain formula for  $F^{-1}$ .

We discuss the properties of the algorithm, its computational complexity and its implementations.

## References

- [1] T. Crespo and Z. Hajto, *Picard-Vessiot theory and the Jacobian problem*, Israel Journal of Mathematics **186** (2011), 401-405.