

Wrocław, 20.04.2016

prof. dr hab. Jacek Cichoń
Wydział Podstawowych Problemów Techniki
Politechniki Wrocławskiej

RECENZJA ROZPRAWY HABILITACYJNEJ DR JAKUBA KOZIKA

Dr Jakub Kozik otrzymał stopień magistra informatyki w roku 2002 od Rady Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. Od tej samej Rady Wydziału uzyskał w roku 2006 stanowisko doktora w dziedzinie nauk matematycznych w dyscyplinie informatyka za rozprawę pt. *Decibility of density problem in Chomsky hierarchy of languages*. Jego promotorem był prof. dr hab. Marek Zaionc. Zawodowo jest związany Wydziałem Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego - pracuje tam od roku 2006 do chwili obecnej.

W roku 2016 przedstawił osiągnięcie naukowe zatytułowane *Lokalne Losowe Algorytmy kolorowania grafów i hipergrafów*. W jej skład wchodzi 6 publikacji, podzielonych na dwie grupy składające się po trzy prace.

Omówienie publikacji

Grupa prac [A1], [A2], [A3]. Pierwsza z prac ([A1]) wchodzących w skład osiągnięcia naukowego, o tytule *New approach to nonrepetitive sequences*, została opublikowana w roku 2013. Jest to wspólna praca z J. Grytczukiem i P. Mickiem. Poświęcona jest ona bezpowtórzeniowym listowym liczbom chromatycznym na ścieżkach. W pracy tej przeanalizowano skuteczność pewnego prostego losowego algorytmu służącego do znajdowania kolorowań bezpowtórzeniowych: algorytm generuje losowy element z dostępnej listy kolorów i próbuje go dołączyć do zbudowanego ciągu; w przypadku porażki (pojawienie się powtórzenia) usuwany jest ze zbudowanego ciągu powtórzony blok i procedura kontynuuje działanie na skróconym ciągu. Okazuje się, że ten prosty algorytm jest skuteczny jeśli listy dostępnych kolorów na wierzchołkach ścieżki są długości co najmniej 4. Dowód poprawności tego algorytmu wykorzystuje metody z pracy L. Fornowa z roku 2009 (*A Kolmogorov*

complexity of the Lovas local lemma). Posługuje się pojęciem *logu*, zawierającym długość aktualnie skonstruowanego ciągu, pozwalającym na odtworzenie ciąg podjętych do danej chwili losowych wyborów. Pokazuje się, że liczba możliwych logów, które nie zatrzymują się przez pierwsze m kroków jest rzędu $o(4^m)$, co pokazuje, że dla odpowiednio dużych wartości m niektóre ciągi losowe muszą odpowiadać ewaluacjom kończącym się przed krokiem m (bo pracujemy z alfabetem 4 elementowym). Autorzy pokazują również, że oczekiwany czas, po którym algorytm zatrzymuje się jest liniowy względem długości ciągu, który ma skonstruować! Opracowana w tej pracy metoda znalazła zastosowania do analizy teorio-growej wersji zagadnienia. Autorzy istotnie wzmocnili kilka wyników Pegdena z roku 2011.

Druga z prac wchodzących w skład osiągnięcia naukowego (praca [A2] o tytule *Nonrepetitive Colouring via Entropy Compression*) została napisana wspólnie z V. Dujmovic, G. Joret i D. R. Wood'em i opublikowana w roku 2015. W pracy tej autorzy zajmują się bezpowtórzeniowym listowym kolorowaniem grafów i stosują w niej rozbudowaną wersję metod z pierwszej pracy wchodzącej w skład omawianego cyklu. Głównym jej wynikiem jest eleganckie górne oszacowanie na chromatyczną liczbę bezpowtórzeniową: $\pi_{ch}(G) \leq (1 + o(1))\Delta^2$, gdzie Δ jest maksymalnym stopniem wierzchołka w grafie.

Trzecia praca ([A3]) została napisana wspólnie a P. Mickiem. Autorzy zajmują się w nim bezpowtórzeniowym kolorowaniem drzew. Została ona opublikowana w roku 2013. Od roku 2011 wiadomo było, że listowe bezpowtórzeniowe kolorowanie za pomocą list ustalonej długości nie jest możliwe. W pracy [A3] pokazano, między innymi, że dla każdego $\epsilon > 0$ istnieje stała c taka, że dla dowolnego drzewa T mamy $\pi_{ch}(G) \leq c\Delta^{1+\epsilon}$, gdzie Δ oznacza maksymalny stopień wierzchołka. W pracy tej pokazano również, że do unikania powtórzeń postaci x^3 wystarczą listy o pewnej ustalonej długości.

Cykl prac [A1], [A2] oraz [A3] można traktować jako wariacje na temat słynnego twierdzenia Thue'go z roku 1906 o istnieniu nieskończonego słowa bez powtórzeń nad alfabetem o trzech elementach. Od strony metodologicznej można je traktować jako metodę zastąpienia lokalnego lematu Lovasza dokładniejszą metodą podwójnego zliczania. Metoda ta została wykorzystana przez innych badaczy. Okazało się również, że pozwala ona na efektywne znajdowanie szukanych pokolorowań.

Grupa prac [B1], [B2], [B3]. Druga grupa prac ([B1], [B2], [B3]) poświęcona jest klasycznemu problemowi kolorowania hipergrafów. Liczbę $m(k, r)$ definiuje się jako najmniejszą liczbę krawędzi w

k -grafie, który nie jest r -kolorowalny. Głównym wynikiem z pracy [B1] (opublikowanej w roku 2015, wspólnie z D. Cherkashin) jest następujące ograniczenie: $m(k, r) = \Omega\left(\left(\frac{k}{\ln k}\right)^{1-\frac{1}{r}} r^k\right)$. Wynik ten wzmacnia ograniczenia Kostochka z roku 2004 oraz Shabanowa z roku 2012. Zastosowany został w niej pewien koncepcyjnie prosty losowy zachłanny algorytm kolorowania.

Zmodyfikowana wersja procedury zachłannego kolorowania została wykorzystana w samodzielnej, trudnej technicznie, pracy [B2] z roku 2015. W pracy tej znajduje się dowód pewnej (wielomianowej) wersji lokalnego lematu Lovasza (Lemat 7). W pracy tej, oprócz szeregu technicznych wyników na temat kolorowania hipergrafów znajdują się niezwykle eleganckie wyniki. Na przykład, jeśli $W(k, r)$ oznacza najmniejszą liczbę całkowitą dla której dla każdego podzbioru $\{1, \dots, W(k, r)\}$ na r zbiorów jeden z nich zawiera ciąg arytmetyczny o długości k (są to tak zwane liczby Van der Waerden'a), to $W(k, r) = \Omega\left(\frac{r^k}{\log(k)}\right)$ (Twierdzenie 4.4).

Ostatnia z prac wchodząca w skład recenzowanego cyklu (praca [B3] z roku 2015; wspólna z D. Shabanov'em) stosuje podobne metody do zastosowany w pracy [B2]. Pokazano w niej, między innymi, kolejne dolne ograniczenie na liczby Van der Waerden'a: mianowicie, pokazano w niej, że $W(k, r) = \Omega(r^k)$, wzmacniając wynik z pracy [B2].

Prace [B2], [B3] są ciekawe nie tylko z powodu uzyskanych w nich wyników, lecz również z metodologicznego punktu widzenia. Stosowane są w niej metody wielokrotnego kolorowania zachłannego z odpowiednio skonstruowanym „logiem” służącym do identyfikacji zdarzeń, które spowodowały lokalną porażkę algorytmu.

Podsumowanie

Prace wychodzące w skład osiągnięcia naukowego dra Jakuba Kozika są opublikowane w renomowanych czasopismach: *Random Structures and Algorithms*, *SIAM J. Discrete Math.*, *Journal of Combinatorial Theory*, *Combinatorica*. Najstarsza nich została opublikowana w roku 2013. Po zapoznaniu się oświadczeniami współautorów stwierdzam, że wkład dra Jakuba Kozika w powstanie tych publikacji jest bardzo duży (poza pracą [A2], w której wkład autora został oszacowany na 25%, jego wkład w powstanie pozostałych prac wynosi co najmniej 50%). Problematyka badawcza jest trudna. Otrzymane wyniki wymagały dużej sprawności technicznej oraz dużej pomysłowości. Analiza przedstawionych prac wymagała ode mnie dużego skupienia, ale przyznać muszę, że sprawiła mi intelektualną przyjemność.

Dr Jakub Kozik jest autorem jedenastu innych publikacji. Poświęcone są one logikom intuicjonistycznym, klasycznej logice, lambda-termom, algorytmom on-line, problemowi wyboru sekretarki, grafom geometrycznym. Jest więc bardzo uniwersalnym badaczem. Jego prace i metody w nich opracowane wykorzystywane są przez innych autorów. Wyniki jego badań mają więc wpływ na rozwój współczesnej kombinatoryki. Był aktywnym uczestnikiem kilkunastu konferencji naukowych. Z samej listy jego współautorów wynika, że prowadzi intensywną współpracę międzynarodową. Nie zajmuje się uzyskiwaniem patentów, nie bierze udziału w żadnych konsorcjach ani w sieciach badawczych, nie jest członkiem żadnych organizacji, towarzystw naukowych, komitetów i.t.d, koncentruje się zatem na pracy czysto naukowej.

Bez żadnych wątpliwości stwierdzam, że dr Jakub Kozik spełnia z należytą starannością wszystkie wymagania stawiane kandydatom do stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk matematycznych w dyscyplinie Informatyka.


Jacek Cichoń