Lublin, 18 marca 2014 r.

Prof. dr hab. Maria Nowak
Instytut Matematyki UMCS
20-031 Lublin
Pl. M. Curie-Skłodowskiej 1

Recenzja osiągnięcia naukowego "Klasy funkcji analitycznych definiowane przez operatory" oraz dorobku naukowego dr. Jacka Dzioka do postępowania habilitacyjnego

Pan dr Jacek Dziok jest absolwentem Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Rzeszowie z 1986 roku. W 1995 roku uzyskał on stopień doktora nauk matematycznych na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Łódzkiego. Promotorem jego rozprawy doktorskiej "Zagadnienie gwiaździstości i klasy funkcji z ustalonym argumentem współczynników" był Prof. dr hab. Jan Stankiewicz. Od 2008 roku Pan dr Jacek Dziok pracuje na etacie starszego wykładowcy w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Rzeszowskiego. Po uzyskaniu stopnia doktora Pan Dziok opublikował ponad 50 artykułów naukowych z teorii funkcji jednej zmiennej zespolonej w punktowanych czasopismach Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego. Znaczna ilość tych czasopism jest też w bazie Journal Citation Reports (JCR) i ma wysoki Impact Factor.

Przejdę obecnie do merytorycznego omówienia prac Pana dr Dzioka składających się na osiągnięcie naukowe "Klasy funkcji analitycznych definiowane przez operatory". Jest to 9 prac opublikowanych w latach 1997-2013 ([H1]-[H9] w załączonym spisie). Wszystkie prace z wyjątkiem pracy [H2] są autorstwa samego Habilitanta. Poza tym opracowanie zawiera omówienie i kopie 11 wybranych prac Habilitanta.

Wszystkie załączone w opracowaniu publikacje dotyczą, ogólnie mówiąc, rodziny $\mathcal{A}$ funkcji analitycznych w kole jednostkowym $\mathbb{U}$. W klasie $\mathcal{A}$ wyróżnia się wiele jej podklas, na przykład, poprzez narzucenie warunku jednolistności, pewnych unormowań, warunków na współczynniki taylorowskie itp. Niewątpliwie najbardziej znaną klasą takich funkcji jest rodzina $\mathcal{S}$ funkcji f jednolistnych w $\mathbb{U}$ z normalizacją $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Postawiona w 1916 roku przez L. Bieberbacha hipoteza, że jeśli $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n \in \mathcal{S}$, to

$|a_n| \leq n$ miała przez wiele lat ogromny wpływ na rozwój teorii funkcji jednej zmiennej. Była ona obiektem zainteresowania wielu znamienitych matematyków, którzy tworzyli teorie z nią związane. Hipoteza ta została ostatecznie udowodniona w 1985 przez L. de Brangesa. Od tego czasu niewątpliwie znacznie spadło zainteresowanie środowiska matematycznego tą tematyką. Mam wrażenie, że obecna grupa matematyków związana z tą teorią raczej wykorzystuje techniki i metody otrzymane w ubiegłym wieku do otrzymania nowych lub uogólnień znanych wyników. Ta uwaga dotyczy również większości publikacji dr. J. Dzioka

W pracy [H1] jest rozważana podklasa $M_p(\alpha, \beta)$ klasy p-listnych funkcji postaci $f(z) = z^p + a_{p+1}z^{p+1} + \ldots$ spełniających warunek

$$\mathrm{Re}\left((1-\alpha)\frac{zf'(z)}{f(z)} + \alpha\left(1 + \frac{zf''(z)}{f'(z)}\right)\right) > \beta.$$

Główny wynik tej pracy to Twierdzenie 1, które mówi, że $f \in M_p(\alpha, \beta)$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje funkcja $h \in M_1(\alpha/p, \beta/p)$ taka, że $f = h^p$. Korzystając z tego twierdzenia autor pokazuje, między innymi, że rząd gwiaździstości p-listnych funkcji wypukłych ($p \geq 2$)jest równy 0.

Badaniom różnych podklas funkcji p-listnych w kole jednostkowym poświęcone są również m.in. prace [D17] i [D33].

W pracy [H2] autorzy zdefiniowali za pomocą funkcji hipergeometryznej

$${}_qF_s(\alpha_1, \ldots, \alpha_q; \beta_1, \ldots \beta_s; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha_1)_n \cdots (\alpha_q)_n}{(\beta_1)_n \cdots (\beta_s)_n n!} z^n$$

operator liniowy na przestrzeni funkcji $\mathcal{A}$ wzorem:

$$H_p(\alpha_1, \ldots, \alpha_q; \beta_1, \ldots \beta_s)f(z) = (z^p \, {}_qF_s(\alpha_1, \ldots, \alpha_q; \beta_1, \ldots \beta_s; z) * f(z),$$

gdzie $f * g$ oznacza splot Hadamara funkcji $f, g \in \mathcal{A}$. Tak zdefiniowany ogólny operator w szczególnych przypadkach okazał się pokrywać ze znanymi i badanymi wcześniej operatorami liniowymi na przestrzeni funkcji holomorficznych w kole jednostkowym. Następnie za pomocą tego operatora i podporządkowania zdefiniowali ogólne klasy funkcji, w których rozpatrywali różnego rodzaju klasyczne problemy ekstremalne często uogólniając znane wcześniej wyniki. Praca ta ma bardzo dużą liczbę cytowań (według MR 52).

W kilku załączonych publikacjach Habilitant nawiązuje do ogólnych klas funkcji zdefiniowanych za pomocą tego operatora. Na przykład w pracy [H8] definiuje klasę $V(a_1; A, B)$ jako zbiór funkcji $f \in \mathcal{A}$ ze standardową normalizacją $f(0) = f'(0) - 1 = 0$ i spełniających warunek

$$a_1 \frac{H(a_1+1)f(z)}{H(a_1)f(z)} + 1 - a_1 \prec \frac{1+Az}{1+Bz},$$

gdzie

$$H(a_1)f(z) = H_1(a_1, a_2 \ldots, a_q; \beta_1, , \ldots \beta_s)f(z).$$

Autor wykorzystuje wynik Eenigenburga z 1978 r dotyczący podporządkowania różniczkowego Briota-Bouqueta do pokazania, że przy pewnych założeniach dotyczących parametrów, $V(a+m; A, B) \subset V(a; A, B), \quad m \in \mathbb{N}$.

W publikacji [H9] autor nawiązuje do pochodzącego z 1933 roku problemu Fekete-Szegö oszacowania wyrażenia $|a_3 - \mu a_2^2|$ w danej klasie funkcji $f(z) = z + a_2 z^2 + \ldots$ analitycznych w kole jednostkowym. Problem ten został najpierw rozwiązany przez Fekete i Szegö w klasie $\mathcal{S}$ dla $0 < \mu < 1$. Następnie wielu autorów rozpatrywało ten problem w różnych klasach funkcji także przy rozszerzonym zakresie parametru μ. W pracy [H9] autor definiuje ogólną klasę funkcji za pomocą splotu i podporządkowania. Następnie korzystając z nierówności Keogha-Merkesa dla współczynników funkcji schwarzowskiej otrzymuje rozwiązanie problemu Fekete-Szegö w tej ogólnej klasie.

W publikacji [H7] istotną rolę odgrywa następujący lemat.

Niech h będzie funkcją jednolistną w kole jednostkowym $\mathcal{U}$, taką, że $h(0) = 1$ i taką, że $h(\mathcal{U})$ jest obszarem wypukłym.

Lemat. *Jeśli $q \prec h$, to*

$$q(z) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} h(e^{-it}z)dm(t),$$

gdzie m jest niemalejącą funkcją na $[0, 2\pi]$ spełniającą warunek

$$\int_0^{2\pi} dm(t) = 2.$$

Lemat ten poprzedzony jest uwagą, że jest on wnioskiem z wyniku ze strony 50. książki Hallenbecka i MacGregora, *Linear problems and convexity techniques*. Wynik do którego autor odsyła czytelnika, to twierdzenia 5.5, z którego możemy tylko wnioskować, że każda funkcja postaci $f_x(z) = h(xz)$, $|x| = 1$, jest punktem ekstremalnym wypukłej rodziny funkcji podporządkowanych funkcji h. Zatem wzór na funkcję q podany w cytowanym lemacie oznacza, że funkcja q jest elementem domkniętej otoczki wypukłej punktów ekstremalnych tej postaci. Lemat ten byłby prawdziwy, gdyby funkcje f_x były **jedynymi** punktami ekstremalnymi rodziny funkcji podporządkowanych funkcji h. Jednak w ogólnym przypadku tak nie jest, o czym świadczą np. wyniki otrzymane w pracy Y. Abu-Muhanny i T. MacGregora, *Extreme points of families of analytic functions subordinate to convex mappings*, Math. Z. 176, 511-519 (1981).

Niech $s(h)$ oznacza rodzinę funkcji podporządkowanych funkcji h. Wiadomo, że jeśli

$$h(z) = \left(\frac{1+cz}{1-z}\right)^{\alpha}, \quad \alpha \geq 1,$$

to jedynymi punktami ekstremalnymi domkniętej otoczki wypukłej rodziny $s(h)$ są funkcje $f_x(z) = h(xz)$, $|x| = 1$ i w tym przypadku wszystkie funkcje q tej otoczki wyrażają się za pomocą wzoru z cytowanego lematu (str.51, wspomnianej powyżej książki Hallenbecka i MacGregora). Jeśli rozpatrzymy rodzinę funkcji określonych wzorem z lematu, w ogólnym przypadku, to będzie to zaledwie pewna podklasa rodziny $s(h)$.

Podobna sytuacja do opisanej powyżej występuje w pracy [D28] *Characterizations of analytic functions associated with functions of bounded variation*, Ann. Pol. Math 109.2(2013). Tutaj autor stosuje lemat do funkcji wypukłej

$$h(z) = (1-a)\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\beta} + a, \quad a \neq 0,\ 0 < \beta \leq 1.$$

Podsumowując ocenę merytoryczną uważam, że duży wpływ na powstanie licznych publikacji dr J. Dzioka miała praca [H2]. Muszę jednocześnie stwierdzić, że mimo tak licznych prac ich tematyka jest dość wąska i nie uwzględnia nowych trendów, głębokich wyników czy zaawansowanych technik obecnych we współczesnej analizie zespolonej. Prace są dość powierzchowne, a o braku głębszego zrozumienia np. teorii punktów ekstremalnych, świadczy wspomniany powyżej błąd.

Można również zauważyć, że recenzenci Mathematical Review odnoszą się z coraz mniejszym entuzjazmem do publikacji Pana Dzioka. Praca [H4] opublikowana w czasopiśmie posiadającym 45 punktów na liście MNiSW jest zaledwie indeksowana w MR.

Z jednej strony strony biorąc pod uwagę fakt, że tak wiele prac Pana Dzioka zostało opublikowanych w wysoko punktowanych czasopismach o wysokim Impact Factorze oraz bardzo dużą liczbę cytowań można uznać, że dorobek Pana J. Dzioka spełnia formalnie warunki do poparcia jego wniosku o nadanie mu stopnia dr hab.

Jednak moim zdaniem biorąc pod uwagę merytoryczną stronę osiągnięcia naukowego, nie spełnia ono wymogów Ustawy o stopniach naukowych i tytule.

Maria Nowak