Dr hab. Stanisław Spodzieja
Uniwersytet Łódzki
Wydział Matematyki i Informatyki
90-238 Łódź, ul. Banacha nr 22
tel. (42) 6355866
E-mail: spodziej@math.uni.lodz.pl

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym
Pana dr Łukasza Kosińskiego

1. Droga naukowa habilitanta

Pan dr Łukasz Kosiński uzyskał tytuł zawodowy magistra matematyki na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w roku 2007. Stopień doktora nauk matematycznych w zakresie matematyki uzyskał na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w roku 2010 na podstawie rozprawy doktorskiej pod tytułem *Geometryczna teoria funkcji w specjalnych klasach obszarów* przygotowanej pod kierunkiem prof. dr. hab. Włodzimierza Zwonka.

Od 2010 roku pracuje w Instytucie Matematyki, Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego na stanowisku adiunkta. W 2014 roku odbył staż podoktorski na Uniwersytecie Laval w Quebecu w Kanadzie.

Dr Łukasz Kosiński prowadzi badania naukowe w zakresie analizy zespolonej dla funkcji wielu zmiennych, koncentrując się na centralnych i trudnych zagadnieniach geometrycznej teorii funkcji. Jego dorobek naukowy składa się z 19 prac naukowych opublikowanych lub przyjętych do druku w czasopismach o zasięgu międzynarodowym. W dalszym ciągu oceny prace te będą oznaczane zgodnie z przedstawionym przez Autora spisem publikacji w autoreferacie.

2. Ocena *osiągnięcia naukowego*

Habilitant przedstawił do oceny w postępowaniu habilitacyjnym *osiągnięcie naukowe* w postaci jednotematycznego zestawu prac zatytułowanego "Interpolacyjne problemy Nevanlinny-Picka". Zestaw ten składa się z następujących siedmiu prac (numery pochodzą z listy publikacji dotyczących osiągnięcia naukowego w autoreferacie).

[K1] Ł. Kosiński, *Three-point Nevanlinna-Pick problem in the polydisc.* Proc. Lond. Math. Soc. (3) 111 (2015), no. 4, 887–910.

[K2] Ł. Kosiński, W. Zwonek, *Extremal holomorphic maps in special classes of domains*, w druku Ann. Scuola Norm-Sci., pp 26.

[K3] Ł. Kosiński, W. Zwonek, *Nevanlinna-Pick problem and uniqueness of left inverses in convex domains, symmetrized bidisc and tetrablock*, w druku J. Geom. Anal.,

[K4] Ł. Kosiński, *The group of automorphisms of the pentablock.* Complex Anal. Oper. Theory 9 (2015), no. 6, 1349–1359.

[K5] A. Edigarian, Ł. Kosiński, W. Zwonek, *The Lempert theorem and the tetrablock.* J. Geom. Anal. 23 (2013), no. 4, 1818–1831.

[K6] Ł. Kosiński, *Structure of the group of automorphisms of the spectral 2-ball.* Collect. Math. 64 (2013), no. 2, 175–184.

[K7] Ł. Kosiński, *The group of automorphisms of the spectral ball.* Proc. Amer. Math. Soc. 140 (2012), no. 6, 2029–2031.

Do dokumentacji dołączono oświadczenia współautorów, z których jasno wynika, że wkład Habilitanta w *osiągnięciu naukowym* stanowi co najmniej 50 % w pracach [K3] i [K4] oraz 33 % w pracy [K5]. Pozostałe prace wchodzące w skład osiągnięcia nukowego są samodzielnymi wynikami Habilitanta. Praca [K3] jest już opublikowana, natomiast praca [K2] jest przyjęta do druku. W związku z tym spełniony jest ustawowy wymóg (Art. 16, punkt 2., podpunkt 1) aby dzieło było opublikowane w całości lub w zasadniczej części. Osiągnięcie naukowe bez pracy [K2] spełniałoby również z nawiązką wymogi w postępowaniu habilitacyjnym.

Motywem przewodnim *osiągnięcia naukowego* są interpolacyjne problemy Nevanlinny-Picka. O randze prowadzonych badań świadczy to, że problem interpolacyjny Nevanlinny-Picka leży w kręgu zainteresowań wielu matematyków zarówno w kraju jak i za granicą: J. Agler, J. A. Ball, H. Bercovici, V. Bolotnikov, A. Edigarian, K. Guo, H. Huang, Z. Lykowa, J. E. McCarthy, D. Sheinker, T. T. Trent, K. Wang, N. J. Young, W. Zwonek. Habilitant w Autoreferacie bardzo dokładnie przedstawił zarówno rys historyczny jak i wprowadzenie merytoryczne. Na potrzeby recenzji przypomnimy jedynie sformułowanie głównego problemu, podstawowe definicje i wyszczególnimy najistotniejsze wyniki osiągnięcia naukowego.

Niech $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ oraz $\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}$ i niech $z_1, \dots, z_N \in \mathbb{D}$, $w_1, \dots, w_N \in \mathbb{H}$. George Pick (1916) i niezależnie Rolf Nevanlinna (1919, a w pełni w 1929) udowodnili, że istnieje funkcja holomorficzna $f : \mathbb{D} \to \mathbb{H}$ taka, że

$$(1) \qquad f(z_j) = w_j \quad \text{dla } j = 1, \dots, N,$$

wtedy i tylko wtedy, gdy następująca macierz, zwana *macierzą Picka*,

$$\left[\frac{w_i - \overline{w_j}}{1 - z_i \overline{z_j}}\right]_{1 \le i,j \le n}$$

jest nieujemnie określona. Problem stwierdzania, czy istnieje funkcja holomorficzna f spełniająca (1) nazywany jest w literaturze *problemem interpolacyjnym Nevanlinny-Picka*. Problem ten w naturalny sposób można przenieść na przypadek, gdy punkty $w_1, \dots, w_N$ również należą do koła $\mathbb{D}$ lub do innego obszaru $D \subset \mathbb{C}$ o odpowiednich własnościach i poszukiwać funkcji holomorficznej $f : \mathbb{D} \to D$ dla której zachodzi (1). Przenosi się on również na przypadek wielowymiarowy, który obecnie jest intensywnie badany. Poniżej opisane wyniki Habilitanta wpisują się znakomicie w ten nurt badań.

Zgodnie z sugestią dr Łukasza Kosińskiego w Autoreferacie, Jego osiągniecie naukowe można omawiać z perspektywy powiązania najważniejszych efektów dzieła z różnymi zagadnieniami szczegółowymi.

Problem Nevanlinny-Picka w polidysku i zastosowania do nierównoúci von Neumanna. W tej grupie tematycznej warto zwrócić uwagę na interesujące wyniki Habilitanta z pracy [K1], w której wprowadził On nową metodę badawczą pozwalającą w pełni rozwiązać 3-punktowy problem Nevanlinny-Picka w polidysku

$$(*) \qquad 0 \mapsto 0, \quad z \mapsto \sigma, \quad w \mapsto \tau,$$

przez wyrażenie 3-punktowego problemu interpolacyjnego $\mathbb{D}^n \to \mathbb{D}$ za pomocą 3-punktowego problemu $\mathbb{D} \to \mathbb{D}^n$. Jest to w pewnym sensie przeniesienie sytuacji z 2-punktowego problemu. Omówimy to dokładniej. Odwzorowanie $f : \mathbb{D} \to \mathbb{D}^n$ jest *3-geodezyjną zespoloną* w $\mathbb{D}^n$, gdy przynajmniej jedna z jego składowych jest iloczynem Blaschkego stopnia co najwyżej 3. Funkcję $F : \mathbb{D}^n \to \mathbb{D}$ nazywamy lewą odwrotną f, gdy złożenie $F \circ f$ jest iloczynem Blaschkego stopnia co najwyżej 2. Autor udowodnił, że *dowolna funkcja interpolująca niezdegenerowany i ekstremalny 3-punktowy problem interpolacyjny Picka jest lewą odwrotną do pewnej 3-geodezyjnej zespolonej zawierającej punkty z_1, z_2, z_3 (a właściwie punkty $0, z, w$) w swoim obrazie* ([K1, Theorem 1]). Metoda użyta do dowodu tego twierdzenia nie przenosi sie na przypadek N-punktów. W przypadku $n = 2$, Autor podaje postać funkcji interpolującej problem ([K1, Lemma 2]). W szczególności Autor pokazuje dla $n = 3$, że *jeśli ekstremalny i niezdegenerowany problem* $(*)$ *jest rozwiązalny, to jest także rozwiązalny przez wymierną funkcję wewnętrzną będącą z dokładnością do permutacji współrzędnych postaci*

$$F(z_1, z_2, z_3) = F_1(F_2(z_1, z_2), z_3), \quad z \in \mathbb{D}^3,$$

gdzie F_1, F_2 są funkcjami wymiernymi postaci jak w przypadku dwuwymiarowym (patrz [K1, Lemma 3]), *przy czym rozwiązanie problemu interpolacyjnego nie jest nigdy jedyne* ([K1, Proposition 6]). Wynik ten jest ciekawy sam w sobie. Znalazł on już istotne zastosowanie do pozytywnego rozwiązania przez G. Knese (2015) hipotezy o spełnianiu nierówności von Neumanna dla d-zestawień przemiennych i zwężających macierzy wymiaru 3×3. Hipoteza ta przyciągała uwagę matematyków od wielu lat.

Dwupunktowy problem Picka i teoria holomorficznie niezmienniczych funkcji i metryk. W pracy [K3] Habilitant, wspólnie z W. Zwonkiem, badają jedyność lewych odwrotnych funkcji interpolujących ekstremalny 2-punktowy problem Nevanlinny-Picka oraz związek jedyności odwrotnych z jedynością geodezyjnych zespolonych. Pokazują, że *jeśli D jest gładkim, silnie liniowo wypukłym obszarem w $\mathbb{C}^n$, $n > 1$, to dowolny rozwiązalny 2-punktowy problem Nevanlinny-Piska jest interpolowany przez nieskończenie wiele funkcji* ([K3, Theorem 3.1]). Pokazują też, że *jeśli $D \subset \mathbb{C}^n$, $n > 1$, jest obszarem wypukłym i istnieje n geodezyjnych zespolonych $f^1, \dots, f^n : \mathbb{D} \to D$ takich, że $f^1(0) = \ldots = f^n(0) = w$ i $f^1(\sigma) = \ldots = f^n(\sigma) = z$ dla pewnego $\sigma \in \mathbb{D} \setminus \{0\}$ oraz dla pewnego punktu $\lambda \in \mathbb{D}$ otoczka wypukła zbioru $\{f^1(\lambda), \dots, f^n(\lambda)\}$ jest $n-1$ wymiarowa, to istnieje tylko jedna lewa odwrotna przechodząca przez w i z, w szczególności istnieje tylko jedna funkcja interpolująca ekstremalny, rozwiązalny 2-punktowy problem $z \mapsto \sigma$, $w \mapsto 0$ w obszarze D* ([K3, Theorem 4.1]). Podają też warunek równoważny istnienia tylko jednej lewej odwrotnej do geodezyjnej $\mathbb{D} \ni \lambda \mapsto (\lambda, 0) \in D$ w obszarze Reinhardta $D \subset \mathbb{C}^2$ ([K3, Proposition 4.4]). Autorzy uzyskują również wyniki podobnego typu dla zsymetryzowanego bidysku oraz tetrabloku.

Problem μ-syntezy i jego szczególny przypadek – spektralny problem Nevanlinny- Picka. Praca [K7] poświęcona jest badaniu grupy automorfizmów kuli spektralnej. Pokazano tu, że *dla dowolnego $n \geq 2$ zbiór automorfizmów kuli spektralnej Ω w $\mathbb{C}^{n \times n}$ nie jest generowany przez transpozycje, odwzorowania Möbiusa i sprzężenia* ([K7, Theorem 1]). Było to rozstrzygnięciem negatywnym postawionej dwadzieścia lat wcześniej hipotezy Ransforda i White'a. W pracy tej pokazano również, że grupa generowana przez transpozycje, odwzorowania Möbiusa i sprzężenia jest gęsta (w topologii zbieżności lokalnie jednostajnej) w grupie automorfizmów kuli spektralnej. Z powyższymi wynikami wiąże się również praca [K6], a dokładniej ([K6, Theorem 4]).

Uogólnione geoedezyjne i ekstremalne. Praca [K2] poświęcona jest badaniom związków między pojęciami m-ekstremalnej funkcji, słabej m-ekstremalnej funkcji oraz

m-geodezyjnej. Definicje tych pojęć znajdują się w autoreferacie.

Plurizespolona funkcja Greena z wieloma biegunami a uogólnione geodezyjne; zastosowania do hipotezy Comana. W pracy [K1] udowodniono również następujący bardzo ciekawy przyczynek do hipotezy Comana (która w ogólnym przypadku jest fałszywa): *dla różnych punktów* $p, q \in \mathbb{D}^n$, *funkcja Caratheodory'ego* $c_{\mathbb{D}^n}(\cdot, p, q)$ *z biegunami w punktach* p, q, *funkcja Greena* $g_{\mathbb{D}^n}(\cdot, p, q)$ *z biegunami w* p, q *oraz funkcja Lemperta* $l_{\mathbb{D}^n}(\cdot, p, q)$ *z biegunami w* p, q *są równe* ([K1, Proposition 33]). W ogólnym przypadku wiadomo, że $c_{\mathbb{D}^n}(z, p, q) \leq g_{\mathbb{D}^n}(z, p, q) \leq l_{\mathbb{D}^n}(z, p, q)$ dla $z \in \mathbb{D}^n$. Główny lemat w dowodzie powyższego faktu nawiązuje do funkcji interpolującej ekstremalny problem: $z \mapsto \sigma$, $p_i \mapsto \tau$, $i = 1, \ldots, N$.

Obszary pojawiające się w problemie μ-syntezy. W pracy [K5] pokazano, że *dla tetrabloku* $\mathbb{E}$ *funkcje Caratheodory'ego oraz Lemperta są równe na* $\mathbb{E} \times \mathbb{E}$ ([K5, Theorem 1]), uogólniając tym samym wynik Abouhajara, White i Younga. Udowodniono również, że tetrablok nie jest wyczerpywalny za pomocą zbiorów biholomorficznych z obszarami wypukłymi ([K5, Theorem 2]). W pracy [K4] udowodniono, że *pentablok jest niejednorodny* ([K4, Theorem 15]) oraz, że *pentablok nie jest retraktem analitycznym otwartej kuli jednostkowej w żadnej* $\mathscr{J}^*$ *algebrze skończonego typu* ([K4, Proposition 17]).

Twierdzenie Lemperta a problem Nevanlinny-Picka w zsymetryzowanym bidysku. W tej grupie tematycznej warto wrócić do wyników pracy [K1], gdzie Autor pokazał związek między problemem interpolacyjnym Nevanlinny-Picka a twierdzeniem Lemperta. Mianowicie pokazał On, że *jeśli* $D \subset \mathbb{C}^n$ *jest obszarem i* $F : \mathbb{D}^n \to D$ *jest odwzorowaniem holomorficznym właściwym krotności 2, to funkcje Caratheodory'ego oraz Lemperta są równe na* D ([K1, Proposition 33]).

Najważniejszymi i najciekawszymi wynikami w osiągnięciu naukowym, według piszącego opinię, są: stworzenie metody pozwalającej rozwiązać 3-punktowy problem Nevanlinny-Picka w polidysku przez wyrażenie 3-punktowego problemu interpolacyjnego $\mathbb{D}^n \to \mathbb{D}$ za pomocą 3-punktowego problemu $\mathbb{D} \to \mathbb{D}^n$ i podanie postaci rozwiązania, rozwiązalnego ekstremalnego niezdegenerowanego problemu interpolacyjnego dla trzech punktów w pracy [K1]; wyniki dotyczące liczby funkcji interpolujących w 2-punktowym problemie Nevanlinny-Picka w pracy [K3] oraz wyniki dotyczące generowania zbioru automorfizmów kuli spektralnej w pracach [K7] oraz [K6]. Bardzo ciekawe wyniki dotyczące porównywania funkcji Caratheodory'ego, Greena i Lemperta znajdują się w pracy [K5] .

Powyżej omówione wyniki są istotne, leżą w nurcie aktualnie prowadzonych badań w Polsce i na świecie. Dotyczą one kluczowych i trudnych problemów analizy zespolonej. Prace są zredagowane starannie, przy użyciu zaawansowanych technik analizy zespolonej. Większość z nich już znalazła oddźwięk w środowisku matematycznym, o czym świadczą ich cytowania. Uzyskane wyniki znajdą z pewnością trwałe miejsce w geometrycznej teorii funkcji. Według mnie, *osiągnięcie naukowe* dr Łukasza Kosińskiego ma wysoką rangę naukową, co bardzo dobrze uzasadnia staranie o nadanie stopnia doktora habilitowanego. Bez żadnych wątpliwości można stwierdzić, że osiągnięcie naukowe stanowi znaczny wkład Autora w rozwój matematyki, a dokładniej w rozwój geometrycznej teorii funkcji.

3. Ocena pozostałego dorobku naukowego

Pozostały dorobek naukowy Habilitanta składa się z dziesięciu publikacji oznaczonych w Autoreferacie [O1] – [O10] oraz dwóch artykułów przeglądowych [S11], [S12].

Praca [O1] (sześciu autorów) poświęcona jest charakteryzacji wielomianów cyklicznych w przestrzeniach typu Dirichleta w bidysku. W pracy [O2] pokazano, że *jeśli dla danego obszaru* $D \subset \mathbb{R}^3$, *obszar semitubowy* $S_{A(D)}$ *jest pseudowypukły dla dowolnej izometrii* A

przestrzeni $\mathbb{R}^3$, *to obszar* D *jest wypukły.* Jest to uogólnienie wynku Burguésa i Dwilewicza, gdzie opuszczono założenie gładkości obszaru. Pokazano też, że *dowolny pseudowypukły obszar semitubowy w* $\mathbb{C}^2$ *może być wyczerpany* C^∞*-gładkimi, silnie pseudowypukłymi obszarami semitubowymi.* Udowodniono również wzajemnie jednoznaczną odpowiedniość między pseudowypukłymi obszarami semitubowymi a pseudowypukłymi obszarami Hartogsa-Laurenta w $\mathbb{C}^2$.

Prace [O3] i [O12] poświęcone są funkcjom i metrykom holomorficznie niezmienniczym. W pracach [O5] i [O6] udowodniono, dla szerokiej klasy obszarów w $\mathbb{C}^n$, niezmienniczość brzegów Szyłowa i Bergmana względem odwzorowań holomorficznie właściwych. W [O6] podano również warunek na rozszerzanie się odwzorowań holomorficznych właściwych pomiędzy obszarami ograniczonymi $D, G \subset \mathbb{C}^n$ w terminach jądra reprodukującego Bergmana. Ładny wynik dotyczący istnienia pewnego rodzaju funkcji szczytowych znajduje się w pracy [O5]: *jeśli* $D \subset \mathbb{C}^n$ *jest obszarem* $\mathbb{C}$*-wypukłym, to dla dowolnego punktu* $a \in \partial D$ *istnieje funkcja* φ *holomorficzna w* D *i ciągła w* $D \cup \{a\}$ *taka, że* $|\varphi| < 1$ *na* D *oraz* $\varphi(a) = 1$.

W pracy [O4] podano warunki, przy których odwzorowanie holomorficzne właściwe obszaru quasi-zbalansowanego w obszar zbalansowany o jednym zerze w zerze jest jednorodne.

Praca [O7] pośrednio wiąże się z hipotezą Serra o rozmaitościach Steina. Rozszerzono w niej wyniki Pfluga i Zwonka o charakteryzacji obszarów hiperbolicznych w $\mathbb{C}^2$ nie spełniających hipotezy Serra. W pracy tej uzyskano też opis niehiperbolicznych, pseudowypukłych obszarów Reinhardta w $\mathbb{C}^2$, których grupa automorfizmów nie jest zwarta.

Prace [O8] i [O10] dotyczą opisu istnienia nieelementarnych odwzorowań holomorficznych właściwych pomiędzy obszarami Reinhardta w $\mathbb{C}^2$. Jest to rozszerzenie analogicznych wyników Isaeva i Kruzhilina dla ograniczonych obszarów Reinhardta.

Prace te dobrze wpisują się w nurt badań geometrycznej teorii funkcji. Zawarte w nich wyniki są niebanalne, nowe, dotyczą ważnych i trudnych zagadnień analizy zespolonej. Z pewnością znajdą one trwałe miejsce w geometrycznej teorii funkcji i innych dziedzinach matematyki.

4. Ocena działalności dydaktycznej, popularyzatorskiej i w zakresie współpracy międzynarodowej

Dr Łukasz Kosiński prowadził w Instytucie Matematyki UJ zajęcia dydaktyczne z analizy zespolonej wielu zmiennych, teorii dystrybucji i analizy Fouriera, analizy matematycznej, teorii miary i całki, funkcji analitycznych, matematyki dyskretnej oraz elementów logiki i teorii mnogości. Był opiekunem jednej pracy magisterskiej, jednej dyplomowej oraz promotorem pomocniczym dwóch doktorantów.

Kierował On dwoma grantami, był głównym wykonawcą jednego grantu i wykonawcą dwóch innych grantów. Brał aktywny udział w trzech konferencjach zagranicznych, uczestniczył w komitetach organizacyjnych dwóch konferencji krajowych, w tym w jednej jako główny organizator. Odbył staże w zagranicznych ośrodkach naukowych: staż podoktorski w Leval Uniwersity (Quebec, Kanada) w 2014 roku oraz studium podoktorskie w Erwin Schrödinger Institute (Wiedeń, Austria) 2009-2010. Angażował się we współpracę międzynarodową w ramach programu POLONIUM oraz współpracę między grupami analizy zespolonej Uniwersytetu Jagiellońskiego i Uniwersytetu Wiedeńskiego w latach 2012-2013. Uczestniczy w redakcji czasopisma naukowego Instytutu Archeologii Uniwersytetu Jagiellońskiego. Bierze udział w komisji przyznającej stypendium im. Michała Jakuba Łysika. Recenzował wiele prac zarówno w czasopismach krajowych jak i zagranicznych.

Działalność ta została zauważona i doceniona. W 2007 roku został laureatem pierwszej nagrody w konkurcie im. J. Marcinkiewicza za najlepszą pracę studencką, w roku 2008 został laureatem nagrody F. Leji oraz otrzymał stypendium A. Krzyżanowskiego dla doktorantów, w 2010 roku otrzymał stypendium im. M. Łysika dla najlepszego młodego matematyka UJ, w 2011 r. – nagrodę PTM dla młodych matematyków oraz nagrodę Prezesa Rady Ministrów. W 2011 roku otrzymał również Nagrodę Rektora Uniwersytetu Jagiellońskiego (w Autoreferacie nie podano stopnia tej ostatniej nagrudy). W 2013 roku otrzymał roczne stypendium Fundacji Nauki Polskiej START dla wybitnych młodych uczonych na początku kariery naukowej.

Habilitant udziela się również na polu organizacyjnym przygotowując i uczestnicząc w realizacji projektów w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki.

Ocena działalności Habilitanta w obszarach omawianych w tym punkcie wypada zdecydowanie pozytywnie.

5. Konkluzja

Zbierając powyższe uwagi i oceny, stwierdzam, że dr Łukasz Kosiński jest matematykiem o dużym zasobie wiedzy w zakresie jego działalności naukowej, a powierzone mu zajęcia dydaktyczne pozwalają sądzić, że wiedza ta sięga znacznie szerzej. Zarówno *osiągnięcie naukowe* jak i pozostały dorobek znajdują uznanie i oddźwięk w badaniach naukowych innych matematyków. Wymogi ustawowe dotyczące Impact Factor, Indeksu Hirscha i liczby cytowań są spełnione z nawiązką.

Uważam, że zarówno *osiągnięcie naukowe* jak i pozostały dorobek naukowy wraz z dorobkiem dydaktycznym, popularyzatorskim i w zakresie współpracy międzynarodowej Pana dr. Łukasza Kosińskiego spełniają wymogi ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki z 2003 r. Z pełnym przekonaniem popieram nadanie Mu stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk matematycznych w dyscyplinie matematyka.

Łódź, 29 lutego 2016 r.

Stanisław Spodzieja

Stanisław Spodzieja