Piotr Zgliczyński
Instytut Informatyki UJ

Kraków, 22 stycznia 2014

Recenzja w przewodzie habilitacyjnym *dr Marcina Mazura*

Zacznijmy od konkluzji:
Kryteria stawiane pracom habilitacyjnym - cytuję za komunikatem CK nr 2/2012 - wymagają aby *„osiągnięcie naukowe lub artystyczne"* - *bądź odpowiednie „osiągnięcia"* - *oraz inne jego dokonania, uzyskane po otrzymaniu stopnia doktora, wykazują: „znaczny wkład autora w rozwój określonej dyscypliny naukowej lub artystycznej"* oraz czy *habilitant „wykazuje się istotną aktywnością naukową lub artystyczną"* - koniec cytatu.

Moim zdaniem zawiera jeden dobry wynik (dotyczący hiperboliczności zbioru niezmienniczego dla odwzorowania Hénona dla pewnych parametrów), a reszta to niestety przyczynkarstwo, toteż trudno mówić o 'znaczącym wkładzie rozwój dyscypliny naukowej' lub o 'istotnej aktywności naukowej' autora. Z drugiej strony widziałem już wyraźnie słabsze rozprawy habilitacyjne, które były akceptowane, toteż z czystym sumieniem mogę powiedzieć, że **w sumie oceniam ją pozytywnie.**

W dalszej cześci recenzji będę używał skrótu *MM* aby odnieść się do autora.

1 O rozprawie

Rozprawa wydaje się być sklejeniem dwóch dosyć luźno powiazanych ze sobą tematów:

- hyperboliczność: określona jako problem **P1** (*wątek* C^1) we wstępie do autoreferatu - prace [R3,R4,R5,R6]. Kulminacją rezultatów zawartych w tych pracach jest opracowanie metody do ścisłej weryfikacji hyperboliczności dla danego zwartego zbioru niezmienniczego dla odwzorowania oraz zastosowanie tej metody do komputerowo wspieranego dowodu hiperboliczności zbioru niezmienniczego dla odwzorowania Hénona dla pewnych parametrów w pracy [R6]. Ten ostatni wynik uważam za reprezentujący dobry poziom naukowy.

  Problem **P2** - próba uzyskania metrycznej wersji hyperboliczności - praca [R8]. MM na stronie 3 w autoreferacie pisze o zaproponowanej metodzie, że ... *byłaby dobrze przystosowana do (ścisłej) analizy numerycznej.* Jako osoba pracująca między innymi w tej dziedzinie nie podzielam tej opinii.

- C^0-generyczność określona jako problem **P3** (*wątek* C^0), badanie generyczności względem topologii C^0 różnych pojęć powiązanych z hyperbolicznoscią. Ta tematyka jest poruszana w pracach [R1,R2,R5,R9]. Tą działalność matematyczną uważam za raczej jałową, rozumiem że można napisać o tym jedną pracę, ale po co więcej?

2 Hyperboliczność

Koncepcja zbioru hiperbolicznego i jednostajnej hiperboliczności pochodzi z lat 60 i 70. Wydaje się, że nie ma specjalnych problemów teoretycznych związanych z tym pojęciem. Klasyczna metoda dowodzenia hiperboliczności zbioru to budowa pola stożków niezmienniczych dla odwzorowania lub jego odwrotności plus jakieś oszacowania na rozciąganie (kontrakcję) w tych stożkach. Metoda dowodzenia hiperboliczności zaproponowana w tej rozprawie opiera się na pojęciu semi-hyperboliczności opracowanym w latach 90-tych przez Kloedena, Pokrovskiego i innych. W rozprawie rozwija się to pojęcie jako metodę dowodzenia hiperboliczności zbiorów niezmienniczych dla odzworowań. W [R6] zweryfikowanego tą metodą hiperboliczności zbioru niezmienniczego dla odwzorowania Hénona dla pewnych parametrów.

Tematyki hyperboliczności dotyczą aż cztery prace [R3,R4,R5,R6]. W mojej opinii wystarczyłyby najwyżej dwie prace. Kolejne prace nie wnoszą żadnych istotnie nowych idei. Kolejne ulepszenia niektórych oszacowań i czy twierdzeń wypisane w autoreferacie na stronach 7,8,9 są raczej trywialne i oparte są na obserwacjach typu: lepiej coś policzyć lokalnie niż globalnie itp. Moim zdaniem, w tematyce tak dobrze matematycznie zrozumianej na poziomie pojęciowym jak hiperboliczność, zasadność tego typu poprawek warto byłoby zweryfikować na kolejnych coraz trudniejszych przykładach pokazujących ich użyteczność. Tutaj w całej rozprawie mamy zaledwie jeden przykład.

W literaturze przedmiotu najlepsze wyniki w materii komputerowo wspieranych dowodów hiperboliczności wydaje się mieć Daniel Wilczak (UJ, Kraków), który opierając się na klasycznym podejściu - niemienniczych pól stożków - wykazywał hyperboliczność pewnego atraktora typu Smale'a-Williamsa dla pewnego układu równań różnczkowych zwyczajnych, odwzorowanie Hénona było dla niego tylko przypadkiem testowym. Wydaje się, że jego metody są znacznie efektywniejsze niż prezentowane w rozprawie.

MM wspomina w referacie też prace Arai'a dotyczące hyperboliczności zbioru łancuchowo-rekurencyjnego dla odwzorowania Hénona. Pozornie uzyskuje on (Arai) słabszy wynik niż przedstawiony w rozprawie, bo hyperboliczność na mniejszym zbiorze. Z drugiej strony jego metoda pozwala na traktowanie przypadków, gdy w zbiorze niezmienniczym współistnieją zbiory hiperboliczne niezmiennicze różnego typu. Nie mam natomiast wątpliwości, że trywialne modyfikacje metody Arai'a dla przykładów (wartości parametrów) rozważanych w [R6] dałyby hiperboliczność dla całego zbioru niezmienniczego.

2.1 Praca [R8]

W pracy [R8] podjęto próbę przeniesienia hiperboliczności (w terminach niezmienniczych pól stożkowych) na przypadek metryczny. We wstępie autoreferatu MM pisze, że celem jest sformułowanie metody, "która byłaby dobrze przystosowana do (ścisłej) analizy numerycznej". Jako osoba pracująca między innymi w tej dziedzinie nie podzielam tej opinii. Po pierwsze zawartość matematyczna pracy jest raczej trywialna (oczywista), to co jest trudne w praktyce (dla konkretnych przykładów) do udowodnienia i wymaga prawdziwej myśli matematycznej jest w [R8] częścią definicji - patrz. Def. 3.8 punkt 2 w autoreferacie i następujące po niej twierdzenie 3.9.

Jeśli chodzi o potencjalne zastosowania do komputerowo wspieranych dowodów wersji metrycznej (C^0) różnych zjawisk dynamicznych wymagających C^1 lub wyższej regularności, to tutaj jestem raczej sceptyczny co do sensowności rozważań w [R8]. Mianowicie, w ostatnim 20-leciu postęp w komputerach i oprogramowaniu do ścisłych obliczeń numerycznych dla równań różnikowych zwyczajnych był tak duży, że metody topologiczne prawie zawsze mogą być zastąpione przez metody C^1, które zawsze pozwalają na uzyskiwanie silniejszych wyników, zamiast semisprzężenia z przesunieciem Bernoulliego na zbiorze niezmienniczym uzyskuje się sprzężenie, zamiast istnienia punktu stałego w jakimś zbiorze dostajemy jego istnienie i jednoznaczność, plus ewentualnie hiperboliczność itp. Potencjalne zastosowanie metod C^0 widzę w sytuacji, gdy uzyskanie oszacowań C^k jest trudne lub bardzo czasochłonne numerycznie, np. dla ODE w wysokim wymiarze lub dla równań cząstkowych. MM jak już wspominałem nie zaangażował się w żaden komputerowo wspierany dowód w wymiarze większym niż dwa - a i to dla odwzorowania danego analitycznie, a nie np. dla odwzorowania Poincarego dla ODE gdzie nie tak łatwo uzyskać ścisłe oszacowania dobrej jakości.

3 C^0-generyczność

Prace [R1,R2,R5,R9]. Tą działalność matematyczną uważam za raczej jałową, rozumiem że można napisać o tym jedną pracę, ale po co więcej.

Nasuwają się tutaj pytania *Co z tych prac wynika?*, *Po co to wogóle robić?*. Odpowiedzi na te pytania zależą zapewnie od punktu widzenia. Mój punkt widzenia można sformułować następująco:

- teoria układów dynamicznych ma swoje korzenie w fizyce i innych naukach, w modelach opisujących ewolucję realnych układów. W tym kontekście naturalne obiekty matematyczne to: odwzorowania na rozmaitosciach i równania różniczkowe. Zwykle (choć nie zawsze) nie ma tutaj problemu z regularnością odwzorowań czy równań różniczkowych. Jest to punkt startowy do różnych idealizacji, które mogą prowadzić m.in. dynamiki topologicznej czy teorii ergodycznej

- warto czasem pokazać, że pojęcia i wyniki uzyskane w abstrakcyjnej teorii układów dynamicznych stosują się do klasycznych przykładów odwzorowań rozmaitości czy równań różniczkowych lub do innych działów matematyki. Jeśli to nie jest możliwe z powodu trudności technicznych, to można się zadowolić innymi mniej 'gładkimi' zastosowaniami do innych klasycznych układów dynamicznych np. wywodzących się z dynamiki symbolicznej.

Prace [R1,R2,R5,R9] należą do dynamiki topologicznej i nie wydaje się, aby coś wynikało z nich dla układów gładszych. Jest to więc raczej 'sztuka dla sztuki'. Generalnie sprowadzają się one do perturbowania odwzorowań - małe perturbacje w sensie C^0, ale ogromne w sensie C^1 - aby wyprodukować odwzorowania mające np. dużo orbit okresowych. Używa się do tego globalnej informacji o rozmaitości - typu rozkład na rączki - oraz topologicznych twierdzeń o istnieniu punktów stałych aby otrzymać punkty okresowe. Dowody w [R1,R2,R5,R9] to ćwiczenia typu jak sperturbować zadane dowolne odwzorowanie aby miało np. punkty okresowe 'przyciągające' (tak aby bliskie odwzorowanie też je miało). Okazuje się, że topologia C^0 pozwala na bardzo wiele w tej materii.

W rozprawie MM dyskutuje różne pojęcia odtwarzania pseudoorbit. Motywuje te badania obserwacją, że w praktyce symulacji numerycznych orbit tak długich że nie ma nawet nadziei, że ta orbita jest faktycznie blisko orbity punktu startowego, że dzięki własności odtwarzania, że ta 'komputerowa' orbita jest realizowana przez orbitę jakiegoś punktu bliskiego punktowi startowemu. To jest sensowna obserwacja pochodząca już z epoki pierwszych symulacji numerycznych. Natomiast sam wynik o generyczności własności śledzenia pseudoorbit w jakielkowiek topologii nie bardzo się przekłada na praktyczne konkluzje o konkretnej symulacji konkretnego odwzorowania. Do tego są potrzebne różne stałe dotyczące 'hyperboliczności' rozważanego układu.

W praktyce używając symulacji numerycznych aby zrozumieć dynamikę jakiegoś układu będziemy raczej patrzeć co robią 'wszystkie' orbity (pseudoorbity) startujące z jakiegoś zwartego zbioru. Możemy wtedy 'zaobserwowac' na komputerze hiperboliczne zachowania typu rozciąganie czy kontrakcję w pewnych kierunkach, ślady obecnosci krzywych (torusów) niezmienniczych , kształt atraktora itp. Nie trzeba do tego bardzo długich pseudoorbit, a raczej ich dużą liczbę za to niezbyt długich.

Z tego punktu widzenia rozważania dotyczące innych własności odtwarzania rozważanych w pracy, np. typu własność odtwarzania odwrotnego, czy słabego odtwarzania pseudoorbit w mojej opinii nie posiadają nawet rozsądnej motywacji pochodzącej z symulacji numerycznych. Inna sprawa to kwestia rozważania ich C^0-generyczności. Są to problemy matematyczne i MM na tutaj pewne nowe wyniki, ale techniki są za każdym razem podobne a same pojęcia odtwarzania są coraz mniej interesujące.

4 Pozostały dorobek

MM uzyskał doktorat w 2001 roku. Poza pracami, które weszły do rozprawy MM był autorem lub współautorem 8 prac. Można je podzielić na trzy grupy:

- semi-hiperbolicznośc i hiperboliczność, [D1,D4] - rozumiem, że lepsze wyniki są zawarte w rozprawie
- C^0-generyczność, własności odtwarzania, dynamika topologiczna [D3,D5,D6,D7] - lepsze wyniki są zawarte w rozprawie
- algorytmy używane w liczeniu homologii odwzorowań wielowartościowych kompleksów kostkowych - prace [D2,D8]

Prace [D2,D8] wiążą się z projektem *Computational homology*, w momencie wydania pracy [D2] wyniki tej pracy i algorytm w niej zaimplementowany były na froncie badań w tej dziedzinie, obecnie projekt poszedł znacznie dalej i algorytm prezentowany w [D2] stracił swoje znaczenie. Tak więc praca [D8] to już tylko typowe przyczynkarstwo opublikowane w bardzo lokalnym czasopismie wydawanym przez AGH w Krakowie.

Podsumowując, dorobek naukowy niewchodzący do rozprawy habilitacyjnej jest dwojakiego typu: wczesne prace w tematyce habilitacji oraz dwie prace poświęcone tematyce homologii obliczeniowej, ale nie wydaje się aby MM był aktywny dalej w tej dziedzinie.

Zgliczyński