

Toruń, 7. 01. 2014

prof. dr hab. Mariusz Lemańczyk
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika
ul. Chopina 12/18
87-100 Toruń

Prodziekan Wydziału Matematyki i Informatyki UJ
prof. dr hab. Włodzimierz Zwonek

**Recenzja rozprawy habilitacyjnej
pt. „Dynamika hiperboliczna”
oraz ocena dorobku naukowego
dr. Marcina Mazura**

Dr Marcin Mazur urodził się w roku 1973, stopień doktora uzyskał na Uniwersytecie Jagiellońskim w 2001 r., broniąc rozprawy doktorskiej pt. „Własności C_0 typowe i asymptotyka dyskretnych układów dynamicznych”. Od 2001 roku pracuje w Instytucie Matematyki UJ (oraz w Instytucie Matematycznym Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Nowym Sączu). Tematyka badań naukowych dr. Mazura dotyczy teorii układów dynamicznych ze szczególnym naciskiem na zjawisko hiperboliczności i związany z tym problem odtwarzania (shadowing) pseudo-orbit homeomorfizmów.

Ocena rozprawy habilitacyjnej dr. M. Mazura. Na rozprawę habilitacyjną składa się 9 prac opublikowanych w latach 2005–2013, do których się będę odwoływał, używając wykazu prac z Autoreferatu (prace [R1-R9]).

Punktem wyjścia dla zrozumienia tematyki badawczej dr. M. Mazura jest klasyczny rezultat (Anosov, Bowen), tzw. Shadowing Lemma, który stanowi, iż dla dyfeomorfizmu f klasy C^1 gładkiej rozmaitości M i zwartej, hiperbolicznego podzbioru niezmienniczego $\Lambda \subset M$ zachodzi własność odtwarzania pseudo-orbit. Oznacza to, że dla dowolnego $\varepsilon > 0$ istnieje $\delta > 0$ taka, że jeśli $(x_n) \subset \Lambda$ oraz $d(x_{n+1}, f(x_n)) < \delta$, to istnieje $y \in M$ taki, że $d(x_n, f^n(y)) < \varepsilon$, $n \geq 0$ (d jest ustaloną metryką riemannowską na M).

Problematyce związanej ze zjawiskiem odtwarzania pseudo-orbit (i pewnego odwrócenia tego pojęcia) poświęcono prace [R1-R2], [R5] oraz [R9]. Drugim najważniejszym wątkiem tematyki badawczej dr. M. Mazura jest uzyskiwanie rezultatów matematycznych poddających się weryfikacji numerycznej i prowadzących do stwierdzenia, że dany homeomorfizm ma naturę hiperboliczną (klasyczna problematyka badawcza w krakowskim ośrodku układów dynamicznych). Tematyce tej poświęcono pozostałe prace wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej [R3-R4] i [R6-R8].

Zagadnienie odtwarzania orbit w pracach dr. M. Mazura sprowadza się do badania, czy na danej rozmaitości (topologicznej lub gładkiej) M własność ta jest typowa w klasie $\mathcal{H}(M)$ wszystkich homeomorfizmów. W pracy [R1] główny rezultat stanowi, że na zwartych (gładkich) rozmaitościach bez brzegu własność odtwarzania okresowych pseudo-orbit okresowymi orbitami jest typowa. Rezultat ten nawiązuje do wcześniejszego rezultatu (i metod dowodu) Pilyugina i Plamanevskiej, gdzie przy tych samych założeniach dowodzi się typowości własności odtwarzania pseudo-orbit. Drugim twierdzeniem jest typowość tzw. \mathcal{T}_C -odwrotnego odtwarzania w wymiarze co najwyżej 3. Praca [R1] liczy 7 stron (dowody obu powyższych rezultatów zajmują 1,5 strony). (W pracach [R1] i [R5] jest ten sam przykry błąd (literówka) w definicji pseudo-orbity.) W pracy [R2] (w zasadzie notce, całość liczy 4 strony) dowodzi się, że dla zwartych rozmaitości topologicznych (z brzegiem lub bez brzegu) wymiaru ≥ 2 własność orbitalnego odtwarzania pseudo-orbit jest typowa (orbitalne odtwarzanie oznacza, że żądamy jedynie bliskości **zbioru** wyznaczonego przez pseudo-orbitę i **zbioru** wyznaczonego przez orbitę). Dowód tego rezultatu jest w zasadzie powtórzeniem schematu dowodu z wcześniejszej pracy [D7] (o której napisałem parę słów poniżej). Ponadto podaje się pewną charakteryzację chaosu dla homeomorfizmów mających własność odtwarzania pseudo-orbit. W pracach związanych z problemem odtwarzania pseudo-orbit bada się też zjawisko z jakby odwróconą koncepcją odtwarzania: odtwarzanie orbit przez wybrane klasy (metody) pseudo-orbit (np. jak we wspomnianej pracy [R1]). Zakłada się, że dla danego homeomorfizmu f istnieją odwzorowania $\chi : M \rightarrow M^{\mathbb{Z}}$, które punktom $x \in M$ przyporządkowują δ -pseudo-orbity przechodzące przez x (tzn. $\chi(x)_0 = x$), przy czym δ ma być dowolnie małe. Metoda \mathcal{T}_S oznacza dodatkowo, że przejście $\chi(x)_n$ do $\chi(x)_{n+1}$ odbywa się poprzez pewne odwzorowanie ciągle $\psi_n = \psi_n(\chi) : M \rightarrow M$. Chcemy teraz uzyskać rezultaty typu, że orbita **dowolnego** punktu $x \in M$ jest ϵ -odtworzana przez δ -pseudo-orbitę $\chi(y)$. W 7-stronicowej pracy [R5], zakładając, że rozmaitość topologiczna M ma rozkład na skończoną rodzinę podzbiorów home-

omorficznych z kulami domkniętymi w \mathbf{R}^d , podaje się dowód twierdzenia o typowości homeomorfizmów mających wyżej opisaną własność odwrotnego ϵ -odtwarzania orbit (przez pseudo-orbity). Czwartą pracę [R9] (10 stron, wspólna z P. Oprochą) oceniam w tej serii prac jako najlepszą (wydaje mi się, że dowody w tej pracy są nowe). Dowodzi się w niej, że własność odtwarzania pseudo-orbit jest typowa dla **dowolnej** zwartej rozmaitości topologicznej w klasie wszystkich surjektywnych odwzorowań ciągłych rozmaitości M . Ponadto udowodniono gęstość zbioru odwzorowań mających własność tzw. s-granicznego odtwarzania (chodzi o to, aby pseudo-orbity o rosnącej dokładności zbliżały się do odtwarzanych przez nie orbit w miarę upływu czasu: $d(x_{n+1}, f(x_n)) \rightarrow 0 \Rightarrow d(x_n, f^n(y)) \rightarrow 0$).

Przejdźmy teraz do prac dotyczących hiperboliczności. Praca [R3] (9 stron) dotyczy hiperboliczności obliczeniowej. Jej głównym rezultatem jest twierdzenie orzekające, że dla dyfeomorfizmu (klasy C^1) zwartej rozmaitości riemannowskiej i podzbioru niezmienniczego pojęcia semi-hiperboliczności i hiperboliczności są tożsame. Przy czym podano dokładne zależności pomiędzy parametrami występującymi w definicji semi-hiperboliczności i występującymi w definicji hiperboliczności. W opisie tej pracy w Mathematical Reviews (napisanej przez Petera Kloeden) napisano „This result has been known in the folklore for some time, but the specific constants given here are useful for computer-verified proofs”. Praca [R4] (właściwie notka 6 stronowa, opublikowana w materiałach konferencyjnych) podaje inny dowód głównego rezultatu z poprzedniej pracy, z pewnym ulepszeniem (szczególnie z punktu widzenia weryfikacji numerycznej) warunku semi-hiperboliczności. Praca [R6] (wspólna z J. Taborem) robi na mnie wrażenie zdecydowanie najlepszej spośród wszystkich prac wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej dr. Mazura. W pracy bada się zjawisko hiperboliczności atraktora Hénona $\text{inv}(H_{a,b})$, tzn. zbioru punktów $(x, y) \in \mathbf{R}^2$, których orbity poprzez przekształcenie $H_{a,b}(x, y) = (a - x^2 + by, x)$ są ograniczone. Arai w 2007 r. wykazał quasi-hiperboliczność przekształcenia $H_{a,b}$ dla wielu parametrów a, b . W [R6], stosując techniki związane z semi-hiperbolicznością, wykazano hiperboliczność atraktora Hénona dla pewnych wartości a (np. 5,4, 5,65 etc.) i $b = -1$, poprawiając częściowo rezultat Araia. Praca [R7] (stanowiąca rozdział w tomie AIMS Series on Random and Computational Dynamics „Semihyperbolicity and Bi-Sadowing”) w zasadzie powtarza rezultaty prac [R3] oraz innej pracy M. Mazura ze współautorami z 1998 r.). Dobre wrażenie zrobiła też na mnie praca [R8] (9 stron), w której charakteryzuje się pojęcie topologicznej hiperboliczności (są to homeomorfizmy rozszerzające mające własność odtwarzania pseudo-orbit - Ruelle, Ombach, Sakai) w terminach G -sterowanych układów odtwarzających dynamikę.

Oceniając rozprawę dr. M. Mazura, należy zwrócić uwagę, że choć formalnie składa się ona z dużej liczby prac (jest ich 9), to jednak niemal wszystkie prace są kilkustronicowe (co najmniej dwie prace to po prostu notki), ponadto dwie z prac wchodzących w skład rozprawy to właściwie są artykuły przeglądowe. Nie najlepsze wrażenie zrobiła też na mnie powtarzalność pewnych schematów dowodowych w pracach dr. Mazura. Tematyka C^0 -typowości jest w mojej ocenie zagadnieniem wąskim i raczej nie najważniejszym, gdy chce się zrozumieć zjawisko odtwarzania pseudo-obit. Należy jednak podkreślić, że problematyka rozprawy habilitacyjnej wymagała od habilitanta doskonałej znajomości całkiem zaawansowanych narzędzi matematycznych, głównie dotyczących topologii rozmaitości. W sumie zaprezentowany w rozprawie dorobek naukowy oceniałbym jako skromny wkład do ogólnej tematyki hiperboliczności, a samą rozprawę poniżej średniej rozpraw habilitacyjnych z zakresu teorii układów dynamicznych, które przyszło mi recenzować.

Ocena pozostałego dorobku naukowego. Dorobek habilitanta poza rozprawą obejmuje 8 pozycji, w tym 4 ([D1-D4]) przed uzyskaniem stopnia naukowego doktora. Skupię się na pozycjach [D5-D8]. Pozycja [D5] to artykuł przeglądowy dotyczący odtwarzania orbit i twierdzeń podobnych w sformułowaniu jak w rozprawie, opublikowany w toruńskim *Lecture Notes in Nonlinear Analysis*. [D6] to króciutka notka (dwa twierdzenia z krótkimi dowodami zajmują mniej niż 1,5 strony) o typowości homeomorfizmów, dla których dostatecznie bliskie homeomorfizmy wzajemnie śledzą swoje orbity. [D7] to kolejna (5-stronicowa) notka, która nie wiem, z jakich powodów nie weszła w skład rozprawy, gdyż jej główny rezultat stanowi, że typowy homeomorfizm pewnej klasy przestrzeni metrycznych zwartych ma własność słabego odtwarzania orbit (dowód tego twierdzenia jest bardzo prosty i polega na obserwacji, że ustalając pokrycie skończone $\{U_1, \dots, U_k\}$ przestrzeni M i definiując dla każdego homeomorfizmu f rodzinę wszystkich podzbiorów zbioru $\{1, \dots, k\}$, przez które przechodzi jakaś trajektoria homeomorfizmu f , w zbiorze otwartym homeomorfizmów przestrzeni M elementy maksymalne ze względu na powyższą relację mają własność stabilności i odtwarzania orbit). Praca [D8] (9 stron, w tym 5 stron przedstawiających algorytm rozwiązujący pewien układ r -ań liniowych z konkretnym przykładem), w której używa się metod algebry liniowej, dotyczy konstrukcji kobrzu dla danego $(q-1)$ -wymiarowego cyklu i nawiązuje do wcześniejszych prac Allili, Kaczyńskiego i Mrozka. W sumie dorobek poza rozprawą jest bardzo skromny (choć 3 prace opublikowane zostały w dobrych czasopismach).

Formalnie dorobek naukowy dr. M. Mazura składa się z 17 prac opublikowanych, z zastrzeżeniem, że 5 z nich to materiały konferencyjne i niektóre prace mają charakter przeglądowy. Prace zostały opublikowane w dobrych czasopismach z listy filadelfijskiej (np. J. Math. Anal. Appl., Disc. Cont. Dynam. Syst. - 3 prace - to ostatnie czasopismo być może należy zaliczyć do kategorii bardzo dobrych), pozostałe raczej w średniej klasy czasopismach.

Wg Science Citation Index prace dr. Mazura są cytowane 39 razy (lub 22) - dane pochodzą z Wykazu opublikowanych prac naukowych (indeks Hirscha 3 lub 4). Wg Author's Citation (Mathematical Reviews) prace dr. Mazura są cytowane 32 razy przez 16 autorów (najwięcej cytowań - 10 - ma praca [D6]). Odliczając autocytowania (13) i odliczając cytowania przez autorów „bliskich”, zostaje 7 istotnie obcych cytowań. Biorąc pod uwagę okres publikacyjny (15 lat), nie są to wyniki zbyt dobre i niewątpliwie świadczą o niezbyt dużym oddźwięku wyników naukowych habilitanta, a prawdopodobnie o braku szerszego zainteresowania tą problematyką badawczą habilitanta. Niemniej, należy stwierdzić, że cytowania są.

Udział w międzynarodowym życiu matematycznym, osiągnięcia organizacyjne i dydaktyczne dr. M. Mazura. Habilitant brał udział w 15 konferencjach międzynarodowych i krajowych (na większości z nich wygłaszał referaty); raz był członkiem komitetu organizacyjnego konferencji międzynarodowej (konferencja w Krakowie 2010 z okazji 60 urodzin prof. J. Ombacha).

Z załączonych materiałów wynika że dr M. Mazur nie odbył żadnego stażu zagranicznego czy krajowego.

Był głównym wykonawcą w dwóch grantach KBN (w tym jednym promotorskim).

Prowadził wykłady z: algebry liniowej z geometrią, analizy matematycznej, informatyki, matematyki dyskretnej, statystyki, czy układów dynamicznych. Prowadził seminarium z *inżynierii danych* i konwersatorium z *komputerowych metod statystyki*. Był opiekunem 27 prac magisterskich.

Konkluzja

Uważam, że przedłożona rozprawa habilitacyjna oraz pozostały dorobek naukowy dr. M. Mazura, spełniają wymagania ustawowe dla nadania stopnia naukowego doktora habilitowanego. Wnoszę więc o dopuszczenie habilitanta do dalszych etapów przewodu.