

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym Pana dr. Janusza Gwoździewicza

1. Droga naukowa Habilitanta

Pan Janusz Gwoździewicz ukończył studia matematyczne o specjalności teoretycznej na Wydziale Matematyki i Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w 1987 r. Na tym Wydziale uzyskał także w 1996 r. stopień doktora nauk matematycznych w zakresie matematyki na podstawie rozprawy *Wykładnik Łojasiewicza funkcji analitycznej o zerze izolowanym* (promotor: prof. dr hab. Arkadiusz Płoski), która została ponadto wyróżniona w 1998 r. w Konkursie im. G. Białkowskiego.

Cała kariera zawodowa Pana Gwoździewicza jest związana z Katedrą Matematyki Politechniki Świętokrzyskiej (asystent w 1986 r., adiunkt w latach 1987 – 2011, starszy wykładowca od 2011 r.). Zdobyte tam doświadczenie wzbogaciły: roczny staż doktorancki w Instytucie Matematyki UJ (1994), czteromiesięczna wizyta w Instytucie Fieldsa w Toronto (1997), roczny staż podoktorski na Vrije Universiteit w Amsterdamie (1998), sześć kilkunastodniowych wizyt naukowych na zaproszenia uniwersytetów francuskich i hiszpańskich oraz udział w realizacji trzech grantów KBN (w latach 1995 – 2004) i projektu Polonium (w latach 1998 – 2000).

W latach 1991- 2012 Pan Gwoździewicz opublikował (samodzielnie lub współautorsko) 24 prace w czasopismach recenzowanych oraz 9 artykułów w materiałach konferencyjnych.

2. Ocena osiągnięcia naukowego w postaci zestawu prac

Habilitant przedstawił do oceny w postępowaniu habilitacyjnym, zgodnie z wymogiem art. 16, ust.2 Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. Nr 65, poz.595, z późn. zmianami) *osiągnięcie naukowe* w postaci jednotematycznego zestawu prac, zatytułowanego *Jakobianowy diagram Newtona i osobliwości krzywych*.

Zestaw ten składa się z następujących pięciu prac (numery pochodzą z załączonego do dokumentacji spisu publikacji (zał. nr 4)):

- [20] *Characterization of Jacobian Newton polygons of plane branches and new criteria of irreducibility*, Ann. Inst. Fourier, Grenoble 60(2) (2010), 683 – 709 (wspólnie z E. R. García Barroso)
- [21] *A discriminant criterion of irreducibility*, Kodai Math. J. 35(2) (2012), 403 – 414 (wspólnie z E. R. García Barroso)
- [22] *Invariance of the Jacobian Newton diagram*, Math. Research Letters 19(2) (2012), 377 – 382
- [23] *Ephraim's pencils*, Intenat. Math. Research Notices (2012), doi: 10.1093/imrn/rns148
- [24] *On the approximate Jacobian Newton diagrams of an irreducible plane curve*, J. Math. Soc. Japan 65(1) (2013), 169 - 182 (wspólnie z E. R. García Barroso).

Zgodnie z wymogami par. 2 Rozporządzenia Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 11 września 2011 r. (Dz. U. Nr 196, poz.1165), Habilitant bardzo precyzyjnie określił swój indywidualny wkład w autorstwo każdej z trzech wspólnych prac w zał. nr 4 (część „Mój wkład we wspólne publikacje”) i można przyjąć, że jest to co najmniej 50%. Również współautorka, Pani Evelia Rosa García Barroso, profesor uniwersytetu w La Laguna na Teneryfie, złożyła oświadczenie (załączone do dokumentacji) o swoim wkładzie w powyższe publikacje, które jest w pełni zgodne z oświadczeniem Habilitanta.

Wszystkie prace z omawianego zestawu dotyczą teorii osobliwości zespolonych krzywych płaskich. Jest to trudna i bogata teoria matematyczna, której współczesny kształt zawdzięczamy wielu matematykom, wśród nich tak wybitnym jak Zariski, Abhyankar, Hironaka, Tessier,

Kuo,...Metody, którymi ta teoria się posługuje są bardzo urozmaicone i obejmują m. in. algebrę, geometrię algebraiczną i analityczną, topologię, analizę i geometrię różniczkową, kombinatorykę. Jednym z najbardziej charakterystycznych obiektów spotykanych w teorii osobliwości jest diagram Newtona dowolnego szeregu potęgowego dwóch zmiennych. Z kształtu tego wielokąta wypukłego na płaszczyźnie można odczytać wiele informacji o kielku krzywej danej przez ten szereg. Niestety, diagram Newtona nie jest niezmiennikiem ważnej relacji ekwisingularności krzywych, którą wprowadził Zariski. Dlatego Tessier zainicjował około 40 lat temu badanie tzw. jakobianowych diagramów Newtona jako potencjalnych kandydatów na niezmienniki ekwisingularności par krzywych. Takie diagramy Newtona stanowią główny przedmiot badań w pracach [20] – [24].

Habibant w „Autoreferacie” (zał. nr 2) przedstawił w bardzo udany sposób główne wyniki swego *osiągnięcia naukowego* wraz z niezbędnym wprowadzeniem merytorycznym i historycznym oraz szczegółowymi odniesieniami do obszernej bibliografii. Nie ma więc sensu powtarzać tego w recenzji w sposób szczegółowy. Warto jedynie zwrócić uwagę na najistotniejsze, moim zdaniem, wyniki uzyskane w tych pięciu pracach. Sądzę, że należą do nich:

- udowodnienie w [20, Tw. 2.1], że równość jakobianowych diagramów Newtona dla dwóch zbieżnych szeregów potęgowych dwóch zmiennych zespolonych implikuje ich jedynie równoczesną nierozkładalność;
- uzyskanie nowych kryteriów nierozkładalności kielków krzywych analitycznych dwóch zmiennych, wykorzystujących geometryczne i arytmetyczne własności jakobianowych diagramów Newtona, pozwalające dodatkowo wyznaczać pełny układ niezmienników topologicznych krzywej nierozkładalnej ([20, Wn. 8.6 i 9.9], [21, Tw. 3.1 i 2.3]);
- uzyskanie efektywnych kryteriów nierozkładalności dla wielomianów wyróżnionych ([21, Wn. 3.6]) i dla kielków holomorficznych zredukowanych w punktach skończonych oraz, przy dodatkowych założeniach, w nieskończoności ([21, Tw. 3.7 i 5.1]). Warto szczególnie podkreślić, że słowo „efektywne” nie jest tutaj nieuzasadnionym ozdobnikiem, lecz faktycznym podkreśleniem, że stosowanie tych kryteriów sprowadza pytanie o nierozkładalność do policzenia zwykłego wyróżnika pewnego wielomianu jednej zmiennej i zbadania diagramu Newtona tego wyróżnika. Jest to olbrzymi postęp w stosunku do znanych dotychczas kryteriów nierozkładalności, wymagających stosowania skomplikowanych procedur wieloetapowych (rozdmuchania, modyfikacje toryczne lub badanie pierwiastków aproksymatywnych);
- udowodnienie ([22, Tw. 3.1]), że jakobianowy diagram Newtona odwzorowania holomorficznego dwóch zmiennych jest niezmiennikiem ekwisingularności pary krzywych zadanych przez składowe tego odwzorowania (które mogą nawet nie być zredukowane). Jest to ostateczna odpowiedź na pytanie postawione wiele lat temu przez Tessiera, uzyskana w wyjątkowo krótki i elegancki sposób poprzez zinterpretowanie pewnych geometrycznych własności diagramu Newtona w języku teorii przecięć krzywych analitycznych i wykorzystanie wzoru Casasa Alvero, wiążącego liczby Milnora kielków pewnych krzywych z krotnościami ich przecięć. Należy dodać, że dla przypadku zredukowanego twierdzenie o ekwisingularnej niezmienniczości jakobianowego diagramu Newtona uzyskał w 2008 r. Michel, stosując zaawansowane metody topologii i geometrii algebraicznej. Wcześniej znane były liczne wyniki częściowe;
- uzyskanie nowego oszacowania z góry liczby wartości krytycznych w nieskończoności wielomianu zespolonego dwóch zmiennych przez liczbę gałęzi w nieskończoności tego wielomianu ([23, Tw. 2.1]) jako wniosek z oszacowania liczby wartości specjalnych pęku krzywych płaskich „typu Ephraima” ([23, Tw. 1.1]);
- podanie licznych wzorów kombinatorycznych dla jakobianowych diagramów Newtona odwzorowań, których jedną składową jest nierozkładalny wielomian wyróżniony a drugą jego charakterystyczny pierwiastek aproksymatywny ([24]), uzyskując na tej drodze m. in. uogólnienia znanych wzorów Merle'a dla niezmienników polarnych krzywej nierozkładalnej.

Widać z tego przeglądu, że wyniki prac składających się na *osiągnięcie naukowe* dotyczą kluczowych, od dawna atakowanych problemów teorii osobliwości krzywych płaskich. Przynoszą rozwiązania niektórych z nich, często zaskakujące oryginalnością dowodów opartych na jakże

efektywnym połączeniu gruntownej znajomości teorii z błyskotliwymi pomysłami. Warto podkreślić, że te na ogół zaawansowane z punktu widzenia technik dowodowych prace, zostały zredagowane w bardzo dojrzały, przyjazny czytelnikowi sposób (przejrzystość i umiarkowana zwięzłość tekstów, bogactwo przykładów). Wyniki te znajdują z pewnością istotne i trwałe miejsce w teorii osobliwości.

Nie waham się stwierdzić, że oceniane *osiągnięcie naukowe* Pana dr. Gwoździewicza ma bardzo wysoką rangę naukową i stanowi niezwykle solidnie uzasadniony argument w staraniach o nadanie stopnia doktora habilitowanego.

3. Ocena pozostałego dorobku naukowego

Poza pięcioma pracami wchodzącymi w skład *osiągnięcia naukowego*, Pan Gwoździewicz opublikował 19 prac w czasopismach recenzowanych (są to prace [1] – [19] w spisie publikacji w zał. nr 4). Ponad połowa tych prac (dokładnie 11) powstała we współpracy z innymi matematykami, głównie z A. Płoskim (współautor 8 prac), a własny udział we wspólnych publikacjach Habilitant precyzyjnie określił w zał. nr 4. Prace [1] – [4] zostały opublikowane przed doktoratem a wynikiem rozprawy doktorskiej poświęcona jest praca [6].

Tematyka tych prac jest ciekawa i urozmaicona. Została szczegółowo i rzeczowo przedstawiona w Autoreferacie (pkt. 5), więc także w tej części recenzji nie warto tego powtarzać. Prace dotyczą przede wszystkim: różnorodnych problemów związanych z wykładnikami Łojasiewicza (lokalnymi i globalnymi, zarówno w przypadku rzeczywistym jak i zespolonym - prace [3], [5], [6], [14], [15]), geometrycznych i topologicznych własności odwzorowań wielomianowych dwóch zmiennych (zespolona i rzeczywista hipoteza jakobianowa, wartości krytyczne w nieskończoności, indeks topologiczny – prace [2], [4], [8] – [10], [12], [13], [17]), niezmienników osobliwości krzywych płaskich (prace [1], [11], [16], [18], [19]) oraz struktur o-minimalnych (praca [7]).

Chociaż omawiane prace są opublikowane w czasopismach różnej rangi, wszystkie dotyczą pytań ważnych, często klasycznych. Zawierają zawsze nowe wyniki lub nowe, pomysłowe, często bardzo krótkie, dowody i uogólnienia faktów znanych i niebanalnych a przy tym są w udany sposób zredagowane. Najbardziej znaczące wydają się wyniki prac: [6] (zawiera głębokie wyniki z rozprawy doktorskiej na temat wykładników Łojasiewicza w nierównościach kontrolujących funkcję analityczną rzeczywistą i jej gradient w otoczeniu minimum lokalnego), [7] (w której Autorzy obalili hipotezę, że warunkiem wystarczającym na przynależność globalnej krzywej analitycznej na płaszczyźnie rzeczywistej do pewnej struktury o-minimalnej jest ograniczenie liczby zer na tej krzywej dowolnego wielomianu ustalonego stopnia przez stałą zależną tylko od tego stopnia), [11] (w której Autorzy udowodnili ekwisingularną niezmienniczość zbioru ilorazów polarnych pary zestawionej ze zredukowanej krzywej rozkładalnej i krzywej gładkiej, dając tym samym pełną odpowiedź na to od dawna otwarte pytanie).

Wśród licznych rezultatów uzyskanych w pracach [1] – [19] dostrzegam, oprócz tych najważniejszych wymienionych wyżej, pewne wyniki mające dla mnie szczególny urok, swego rodzaju „matematyczne perełki”. Wymienię tylko kilka z tych rezultatów:

- wniesienie spektakularnego przyczynku do badań nad dwuwymiarową hipotezą jakobianową poprzez udowodnienie w bardzo krótki i elegancki sposób, że globalna iniektywność odwzorowania wielomianowego dwóch zmiennych zespolonych o stałym jakobianie jest konsekwencją iniektywności takiego odwzorowania tylko na jednej prostej afinicznej ([2]);
- udowodnienie rzeczywistej hipotezy jakobianowej dla transformacji wielomianowych płaszczyzny rzeczywistej stopnia mniejszego lub równego trzy poprzez analizę diagramów Newtona składowych z użyciem tw. Kusznirenki ([9]);
- podanie krótkiego i eleganckiego dowodu wzoru Sękalskiego na indeks topologiczny w nieskończoności gradientu rzeczywistego wielomianu dwóch zmiennych o skończonej liczbie punktów krytycznych za pomocą całkowania względem charakterystyki Eulera ([17]).

Wymienione powyżej rezultaty oraz pozostałe wyniki prac [1] – [19] zostały odnotowane w

wielu pracach innych autorów a niekiedy odegrały rolę inspirującą w ich badaniach (w par. 5 autoreferatu Habilitant wskazuje 50 cytowań tych rezultatów w 43 pracach, w tym w trzech książkach).

Z przyjemnością stwierdzam, że cała działalność naukowa Habilitanta zasługuje na wysoką ocenę, która stanowi kolejny argument mocno przemawiający za nadaniem stopnia doktora habilitowanego.

5. Ocena działalności dydaktycznej, popularyzatorskiej i w zakresie współpracy międzynarodowej

Wspomniałem na początku recenzji, że cała działalność zawodowa Pana Gwoździewicza jest związana z Politechniką Świętokrzyską. Zatem Jego doświadczenie dydaktyczne, niewątpliwie znaczne, zostało nabyte przede wszystkim poprzez nauczanie przyszłych inżynierów. Równocześnie jednak było przez cały czas wzbogacane poprzez opiekę naukową nad uzdolnioną młodzieżą licealną w ramach przygotowań do udziału w olimpiadach matematycznych oraz systematyczny udział w międzynarodowych i krajowych konferencjach naukowych połączony z wygłaszaniem referatów lub prezentowaniem plakatów. Wiele razy słuchałem konferencyjnych wystąpień Pana Gwoździewicza, które zawsze dotyczyły ciekawych zagadnień oraz były starannie przemyślane i błyskotliwie zaprezentowane. Warto też zwrócić uwagę na Jego udział w publikacjach w materiałach konferencyjnych (9 artykułów w latach 1998 – 2013), które ciekawie uzupełniają i popularyzują dokonania w głównych nurtach badań.

Habilitant lubi i potrafi owocnie współpracować z innymi matematykami, także z zagranicy (z Hiszpanii oraz z Francji) i jest systematycznie zapraszany na krótkie wizyty naukowe przez tamtejsze uniwersytety. Dwukrotnie uczestniczył w międzynarodowych szkołach naukowych (we Francji (2004) i we Włoszech (2006)).

Uważam, że ocena działalności Habilitanta w obszarach, których dotyczy ten punkt, także wypada zdecydowanie pozytywnie.

6. Konkluzja

Biorąc pod uwagę wszystkie powyższe uwagi i oceny częściowe stwierdzam, że Pan dr Janusz Gwoździewicz jest matematykiem, którego niewątpliwy talent w bardzo udany sposób łączy się z szerokimi zainteresowaniami naukowymi, gruntownym i wszechstronnym przygotowaniem teoretycznym oraz dużą dojrzałością naukową. Wyniki, które uzyskał w swoim *osiągnięciu naukowym* oraz w pozostałych pracach stanowią istotny i trwały wkład w szeroko rozumianą teorię osobliwości. Zostały one nie tylko zauważone i docenione przez szerokie, międzynarodowe grono specjalistów, ale często były inspiracją do ich własnych badań lub podejmowania współpracy.

Uważam, że przedstawione przez Pana dr. Janusza Gwoździewicza *osiągnięcie naukowe* w postaci zestawu prac oraz pozostały dorobek naukowy wraz z dorobkiem dydaktycznym, popularyzatorskim i w zakresie współpracy międzynarodowej, spełniają z nadmiarem wymogi ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym. Dlatego z głębokim przekonaniem popieram nadanie Mu stopnia doktora habilitowanego nauk matematycznych w zakresie matematyki.

Kraków, 12 listopada 2013 r.



Kamil Rusek