Kraków, 1 stycznia 2013.

Prof. dr hab. Marek Jarnicki
Instytut Matematyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego
ul. Łojasiewicza 6, 30-348 Kraków
Tel. (12)–664-6634, fax (12)–664-6674
*e-mail: Marek.Jarnicki@im.uj.edu.pl*

# Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym dr. Piotra Kota

## Ocena rozprawy habilitacyjnej.

Na rozprawę habilitacyjną składa się następujący monotematyczny cykl pięciu prac (których dr P. Kot jest jedynym autorem — tu i dalej zachowuję oznaczenia prac z „Autoreferatu"):

[K1] *Homogeneous polynomials on strictly convex domains*, Proc. Amer. Math. Soc. 135 (2007), 3895–3903.
[K2] *A holomorphic function with given almost all boundary values on a domain with holomorphic support function*, J. Convex Anal. 14 (2007), 693–704.
[K3] *Bounded holomorphic functions with given maximum modulus on all circles*, Proc. Amer. Math. Soc. 137 (2009), 179–187.
[K4] *Peak set crossing all the circles*, J. Convex Anal. 16 (2009), 515–521.
[K5] *About boundary values in $A(\Omega)$*, Trans. Amer. Math. Soc. 363 (2011), 4063–4079.

Prace te ukazały się w bardzo dobrych czasopismach.

Zagadnienia dotyczące charakteryzacji funkcji wewnętrznych dla wielu zmiennych zespolonych to klasyczna tematyka analizy zespolonej, zapoczątkowana w połowie lat 60. pracami W. Rudina. Autor uzyskał tu wiele ciekawych i znaczących wyników. Dowody są w bardzo dużym stopniu „techniczne". Znaczna ich część polega na subtelnym wykorzystaniu własności pewnej klasy wielomianów jednorodnych. Wielomiany te w przypadku kuli euklidesowej $\mathbb{B}_n \subset \mathbb{C}^n$ badał P. Wojtaszczyk (1997). Przeniesienie metod związanych z wielomianami Wojtaszczyka na ściśle wypukłe ograniczone obszary kołowe $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ o brzegu klasy $C^2$ jest zasługą habilitanta. Zasadniczy wynik w tym zakresie pochodzi z pracy [K1].

Niech $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ będzie ograniczonym kołowym obszarem ściśle wypukłym o brzegu klasy $C^2$. Wtedy istnieje liczba $K \in \mathbb{N}$ taka, że dla dowolnego $\varepsilon \in (0,1)$ i dla dowolnej pary rozłącznych kołowych zbiorów zwartych $D, T \subset \partial\Omega$ istnieje $m_0 = m_0(D, T, \varepsilon) \in \mathbb{N}$ oraz ciąg $(p_m)_{m=1}^{\infty}$ wielomianów jednorodnych, $\deg p_m = m$, takie, że dla $m > m_0$ mamy:

$$|p_m| \le 2 \text{ na } \partial\Omega,\ \textstyle\sum_{k=Km}^{K(m+1)-1} |p_k|^2 \ge 1/4 \text{ na } T,\ \sum_{k=Km}^{K(m+1)-1} |p_k|^2 \le 2^{-(Km)^{1-\varepsilon}} \text{ na } D.$$

Korzystając między innymi z tego wyniku, P. Kot pokazał następujące twierdzenia ($\Omega$ jest jak powyżej):

– [K1] Niech $E \subset \partial\Omega$ będzie kołowym zbiorem typu $\mathcal{G}_\delta$. Wtedy istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\Omega)$ taka, że

$$\int_{\Omega\setminus\mathbb{D}E} |f|^2 d\mathcal{L}^{2n} < +\infty \text{ oraz } E = \{z \in \partial\Omega : \int_{\mathbb{D}} |f(\lambda z)|^2 d\mathcal{L}^2(\lambda) = +\infty\}.$$

– [K3] Niech $\varepsilon > 0$, niech $T \subset \partial\Omega$ będzie zbiorem zwartym, niech $g : \partial\Omega \longrightarrow \mathbb{C}$ będzie ciągła i niech $h : \partial\Omega \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}$ będzie funkcją ciągłą taką, że $h(z) = h(\lambda z)$ dla $\lambda \in \partial\mathbb{D}$ i $z \in \partial\Omega$. Załóżmy, że $|g(z)| < h(z)$, $z \in \partial\Omega$. Wtedy funkcja istnieje $f \in \mathbb{A}(\Omega)$ taka, że $\|f\|_T < \varepsilon$ oraz $\max_{\lambda\in\partial\mathbb{D}} |(g + f)(\lambda z)| = h(z)$ dla $z \in \partial\Omega$.

– [K3] Niech $h : \partial\Omega \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}$ będzie funkcją ciągłą taką, że $h(z) = h(\lambda z)$ dla $\lambda \in \partial\mathbb{D}$ i $z \in \partial\Omega$. Wtedy istnieje funkcja $F \in \mathbb{H}(\Omega)$ taka, że $|F^*(z)| = h(z)$ dla prawie wszystkich $z \in \partial\Omega$ oraz $\sup_{\lambda\in\mathbb{D}} |F(\lambda z)| = h(z)$ dla $z \in \partial\Omega$.

– [K4] (Twierdzenie o istnieniu specjalnych funkcji szczytowych.) Istnieją zbiór zwarty $K \subset \partial\Omega$ oraz funkcja $f \in \mathbb{A}(\Omega)$ takie, że $(\partial\mathbb{D})K = \partial\Omega$, $f = 1$ na $K$ oraz $0 < |f(z)| < 1$ dla $z \in \overline{\Omega} \setminus K$.

– [K5] Dla dowolnej funkcji $g \in \mathbb{A}(\Omega)$ oraz dowolnej funkcji ciągłej $h : \partial\Omega \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}$ takich, że $g(z) < h(z)$ oraz $\|h\|_z < +\infty$ dla $z \in \partial\Omega$, gdzie $\|h\|_z := (\int_0^1 |h(e^{2\pi t}z)|^2 dt)^{1/2}$, istnieje funkcja $f \in \mathbb{A}(\Omega)$ taka, że $\sup_{\lambda\in\mathbb{D}} |f(\lambda z)| \le \max_{\lambda\in\partial\mathbb{D}}(h + |g|)(\lambda z)$, $\|h - |g + f^*|\|_z = 0$ dla $z \in \partial\Omega$. Dodatkowo, funkcję $f$ można uczynić dowolnie małą na zadanym zbiorze zwartym $F \subset \Omega$ oraz można ją dobrać tak, by jej rząd zera w $z = 0$ był z góry dany.

Oprócz wielomianów typu Wojtaszczyka, dr Kot rozwinął również badania dotyczące użycia tzw. „holomorphic support function" (krótko HSF; nieco inna funkcja tego typu była wcześniej badana przez Løwa w latach 80.). Pojecie to zostało zdefiniowane w [K2]. Dla obszaru ograniczonego $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ i zbioru borelowskiego $S \subset \partial\Omega$ powiemy, że funkcja $\Phi : \overline{\Omega} \times S \longrightarrow \mathbb{C}$ *jest HSF*, jeżeli: (1) $\Phi(\cdot, z) \in \mathbb{A}(\Omega)$, $z \in S$, (2) dla pewnych stałych $c_1, c_2 > 0$ mamy $\exp(-c_2\|z - w\|^2) \le |\Phi(z, w)| \le \exp(-c_1\|z - w\|^2)$, $(z, w) \in \partial\Omega \times S$, (3) dla dowolnego zbioru zwartego $T \subset\subset \Omega$ mamy $\sup_{T\times S} |\Phi| < 1$. Ponadto, mówimy, że zbiór $S \subset \partial\Omega$ *dopuszcza HSF*, jeżeli $S = \bigcup_{i\in\mathbb{N}}$, gdzie każdy ze zbiorów jest borelowski i na każdym z nich istnieje HSF. Można sprawdzić, że jeżeli $\Omega$ jest ściśle pseudowypukły to dla $S = \partial\Omega$ istnieje HSF. Oto przykład zastosowania HSF do badania funkcji wewnętrznych (z [H2]).

Niech $S \subset \partial\Omega$ będzie zbiorem borelowskim pełnej miary dopuszczającym HSF i niech $G : \partial\Omega \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}$ będzie funkcją półciągłą z dołu. Wtedy istnieje zbiór $\tilde{S} \subset \partial\Omega$ pełnej miary oraz niestała funkcja $f \in \mathcal{O}(\Omega)$ takie, że:

- istnieje ciąg $(g_s)_{s=1}^{\infty} \subset \mathbb{A}(\Omega)$ taki, że $g_s \longrightarrow f$ niemal jednostajnie w $\Omega$, $|g_s(z)| < G(z)$, $z \in \partial\Omega$, $s \in \mathbb{N}$, oraz $|g_s| \longrightarrow G$ punktowo na $\partial G$.
- dla dowolnego $z \in \tilde{S}$ i dla dowolnej krzywej $\gamma : [0, 1] \longrightarrow \overline{\Omega}$ przecinającej transwersalnie $\partial\Omega$ w punkcie $z = \gamma(1)$ istnieje ciąg $(0, 1) \ni t_s \longrightarrow 1$ taki, że $\lim_{s\to+\infty} |f(\gamma(t_s))| = G(z)$.

**Ocena pozostałego dorobku naukowego.**

Pozostały dorobek naukowy dr. P. Kota składa się z następujących trzynastu prac (których jest On jedynym autorem):

[K-1] *Radon inversion problem for holomorphic functions on strictly pseudoconvex domains*, Bull. Belg. Math. Soc. 17 (2010), 623–640.
[K-2] *Boundary functions on a bounded balanced domain*, Czech. Math. J. 59 (2009), 371–379.
[K-3] *Boundary functions in $L^2H(\mathbb{B}^n)$*, Czech. Math. J. 57(132) (2007), 29–47.
[K-4] *p-Radial exceptional sets and conformal mappings*, Canad. Math. Bull. 50 (2007), no. 4, 579–587.
[K-5] *Exceptional sets with a weight in a unit ball*, Bull. Belg. Math. Soc. 13 (2006), 43–53.

[K-6] *Integrability of homogeneous polynomials on the unit ball*, Bull. Belg. Math. Soc. 13 (2006), 743–762.
[K-7] *Homology calculation of cubical complexes in* $\mathbb{R}^n$, Computational Methods in Science and Technology 12 (2006), 115–121.
[K-8] *Maximum sets of semicontinuous functions*, Potential Anal. 23 (2005), 323–356.
[K-9] *Exceptional sets in Hartogs domains*, Canad. Math. Bull. 48 (2005), 580–586.
[K-10] *Exceptional sets in convex domains*, J. Convex Anal. 12 (2005), 351–364.
[K-11] *Description of simple exceptional sets in the unit ball*, Czechoslovak Math. J. 54(129) (2004), 55–63.
[K-12] *The Gleason Problem for* $\mathbb{A}^k(\Omega))$, $\mathbb{H}^k(\Omega)$, $Lip_{k+\varepsilon}(\Omega)$, Univ. Iagel. Acta Math. 40 (2002), 95–112.
[K-13] *A remark on the inner Carathéodory distance for the annulus*, Univ. Iagel. Acta Math. 35 (1997), 211–212.

Większość prac jest poświęcona zagadnieniom związanym z całkowalnością funkcji holomorficznych na przekrojach. Chodzi tu o następujące dwa ogólne typy zagadnień.

(1) Mamy obszar $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ oraz pewną rodzinę $(M_i)_{i \in I}$ przekrojów tego obszaru $k$-wymiarowymi rzeczywistymi lub zespolonymi podrozmaitościami. Pytamy, czy istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\Omega)$ (o możliwie wysokiej regularności), która nie jest całkowalna (w zadanym sensie) na każdym przekroju $M_i$.

(2) Mamy dany obszar $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ i funkcję $f \in \mathcal{O}(\Omega)$. Pytamy, jak wygląda zbiór tych przekrojów (zadanego typu), na których $f$ nie jest całkowalna.

Początki tej tematyki sięgają połowy lat 80-tych. Tematyka ta była przez wiele lat z powodzeniem uprawiana przez prof. P. Jakóbczaka, opiekuna naukowego dr. P. Kota. Praźródłem jest tu klasyczne twierdzenie mówiące, że jeżeli $f \in \mathcal{O}(P \times Q) \cap L^2(P \times Q)$, gdzie $P \subset \mathbb{C}^p$ i $Q \subset \mathbb{C}^q$ są obszarami, to $f(z, \cdot) \in L^2(Q)$ dla *dowolnego* $z \in P$. Naturalnym było pytanie, co się dzieje, gdy obszar nie ma struktury iloczynu kartezjańskiego lub/i bierzemy przekroje innego typu.

Habilitant uzyskał w tym zakresie wiele znaczących wyników, pokazujących skalę możliwych trudności pojawiających się przy problemach typu (1), (2). Dowody tych wyników są wysoce techniczne. W wielu z nich istotną rolę odgrywa wykorzystanie własności wielomianów jednorodnych typu tzw. wielomianów Wojtaszczyka. Do najważniejszych wyników zaliczyłbym tu następujące twierdzenia.

– [K-11] Dla dowolnej funkcji $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n)$ zbiór
$$E(f) := \left\{z \in \partial\mathbb{B}_n : \int_{\mathbb{D}} |f(\lambda z)|^2 d\mathcal{L}^2(\lambda) = +\infty\right\},$$
traktowany jako podzbiór $\mathbb{P}(\mathbb{C}^n)$, jest typu $\mathcal{G}_\delta$. Dla dowolnego zbioru $E \subset \mathbb{B}_n$ będącego typu $\mathcal{G}_\delta$ i $\mathcal{F}_\sigma$ istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n)$ taka, że $E(f) = E$.

– [K-10] Niech $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ będzie ograniczonym, silnie wypukłym, zbalansowanym obszarem o brzegu klasy $C^1$. Wtedy dla dowolnego $p \geq 1$ i dla dowolnego zbioru $E \subset \partial\Omega$ typu $\mathcal{G}_\delta$ istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\Omega)$ taka, że
$$E = \{z \in \partial\Omega : \int_{\mathbb{D}} |f(\lambda z)|^p d\mathcal{L}^2(\lambda) = +\infty\}.$$

– [K-9] Niech $\Omega := \{(z,w) \in \mathbb{C}\times H : |z| < \mu(w)\}$, gdzie $H \subset \mathbb{C}^n$ jest zbiorem otwartym, zaś $\mu : H \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}$ jest funkcją ciągłą taką, że $-\ln\mu$ jest funkcją silnie plurisubharmoniczną. Wtedy dla dowolnego zbioru $E \subset H$ typu $\mathcal{G}_\delta$ istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\Omega)$ taka, że

$$E = \{w \in H : \int_{\Omega_w} |f(z,w)|^2 d\mathcal{L}^2(z) = +\infty\}, \text{ gdzie } \Omega_w := \{z \in \mathbb{C} : (z,w) \in \Omega\}.$$

– [K-6] Dla dowolnego kołowego zbioru $E \subset \partial\mathbb{B}_n$ typu $\mathcal{G}_\delta$ oraz liczby $0 < \alpha \leq n-1$ istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n) \cap L^2(\mathbb{B}_n)$ taka, że

$$E = \left\{z \in \partial\mathbb{B}_n : \int_{\mathbb{D}} |f(\lambda z)|^2 (1-|\lambda|^2)^{n-1-\alpha} d\mathcal{L}^2(\lambda) = +\infty\right\}.$$

– [K-5] Dla dowolnego zbioru kołowego $E \subset \partial\mathbb{B}_n$ typu $\mathcal{G}_\delta$ miary zero oraz dla $s > -1$ istnieje $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n)$ taka, że $\int_{\mathbb{B}_n} |f(z)|^2(1-\|z\|^2)^s d\mathcal{L}^{2n}(z) < +\infty$ oraz

$$E = E^s(f) := \left\{z \in \partial\mathbb{B}_n : \int_{\mathbb{D}} |f(\lambda z)|^2(1-|\lambda|^2)^s d\mathcal{L}^2(\lambda) = +\infty\right\}.$$

Ponadto, jeżeli $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n)$ jest taka, że $\int_{\mathbb{B}_n} |f(z)|^2(1-\|z\|^2)^s d\mathcal{L}^{2n}(z) < +\infty$, to $E^{s+n-1}(f) = \varnothing$.

– [K-4] Dla dowolnych $p > 0$ oraz zbioru $E \subset \partial\mathbb{D}$ typu $\mathcal{G}_\delta$ istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\mathbb{D})$ taka, że

$$\int_{\mathbb{D}\setminus[0,1]E} |f|^p d\mathcal{L}^2 < +\infty, E = \left\{z \in \partial\mathbb{D} : \int_0^1 |f(tz)|^p dt = +\infty\right\}.$$

Kolejne trzy prace dotyczą tematyki w pewnym sensie pokrewnej, mianowicie problemów konstrukcji funkcji holomorficznej o danych średnich całkowych na pewnych przekrojach.

– [K-3] Dla $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n)$ niech $u_f(z) := \int_{\mathbb{D}} |f(\lambda z)|^2 d\mathcal{L}^2(\lambda)$, $z \in \partial\mathbb{B}_n$.

Niech $u : \partial\mathbb{B}_n \longrightarrow [0,+\infty]$ będzie dowolną funkcją półciągłą z dołu taką, że $u(\lambda z) = u(z)$ dla $\lambda \in \partial\mathbb{D}$. Wtedy następujące warunki są równoważne:

(i) istnieje $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n)$ taka, że $u_f = u$;

(ii) istnieją wielomiany jednorodne $p_1,\dots,p_m$ takie, że $u^{-1}(0) = \{z \in \partial\mathbb{B}_n : p_1(z) = \dots = p_m(z) = 0\}$ oraz $u \geq \sum_{j=1}^m |p_j|^2$.

W szczególności, jeżeli $u : \partial\mathbb{B}_n \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}$ jest funkcją ciągłą taką, że $u(\lambda z) = u(z)$ dla $\lambda \in \partial\mathbb{D}$. Wtedy istnieje $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n)$ taka, że $u_f = u$.

Niech $E \subset \partial\mathbb{B}_n$ będzie kołowym zbiorem typu $\mathcal{G}_\delta$. Wtedy istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\mathbb{B}_n)$ taka, że

$$\int_{\mathbb{B}_n\setminus\mathbb{D}E} |f|^2 d\mathcal{L}^{2n} < +\infty \text{ oraz } E = \{z \in \partial\mathbb{B}_n : \int_{\mathbb{D}} |f(\lambda z)|^2 d\mathcal{L}^2(\lambda) = +\infty\}.$$

Jest to uogólnienie wyniku z [K-4].

– [K-2] Niech $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ będzie ograniczonym obszarem zbalansowanym. Wtedy dla dowolnego $p > 0$ i dowolnej funkcji półciągłej z dołu $u : \partial\Omega \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}$ takiej, że $u(\lambda z) = u(z)$ dla $\lambda \in \partial\mathbb{D}$, istnieje funkcja $f \in \mathcal{O}(\Omega)$ taka, że $u(z) = \int_{\mathbb{D}} |f(\lambda z)|^p d\mathcal{L}^2(\lambda)$, $z \in \partial\Omega$

– [K-1] Niech $\Omega \subset \mathbb{C}^d$ będzie ograniczonym obszarem silnie pseudowypukłym. Autor przedstawia pewne częściowe rozwiązania następującego problemu. Mamy dane $p > 0$, miarę probabilistyczną $\eta$ na $\partial\Omega$, półciągłą z dołu funkcję $H : \partial\Omega \longrightarrow \mathbb{R}_{>0}$ oraz rodzinę krzywych $\gamma_z : [0,1] \longrightarrow \overline{\Omega}$, $z \in \partial\Omega$, takich, że $\gamma_z([0,1)) \subset \Omega$, $z \in \partial\Omega$, znaleźć funkcję $f \in \mathcal{O}(\Omega)$ taką, że $H(z) = \int_0^1 |f(\gamma_z(t))|^p dt$ dla $\eta$-prawie wszystkich $z \in \partial\Omega$.

Pozostałe prace z analizy zespolonej dotyczą zagadnień „indywidualnych".

– [K-13] W pracy podano nowy elementarny dowód tego, że $c_P(x,y) = c_P^i(x,y)$ dla $1/R < x, y < R$, gdzie $P := \{z \in \mathbb{C} : 1/R < |z| < R\}$, $c_P$ oznacza odległość Carathéodory'ego, zaś $c_P^i$

oznacza odległość wewnętrzną dla $c_P$. Dowód opiera się na umiejętnym wykorzystaniu własności funkcji theta.

– [K-12] Dla ograniczonego zbioru otwartego $\Omega \subset \mathbb{C}^n$, $k \in \mathbb{Z}_+$ i $0 < \varepsilon < 1$ zdefiniujmy:
$\mathbb{A}^k(\Omega) := \{h \in \mathcal{O}(\Omega) : D^\alpha h \in \mathcal{C}(\overline{\Omega})$ dla wszystkich $|\alpha| \leq k\}$,
$\mathbb{H}^k(\Omega) := \{h \in \mathcal{O}(\Omega) : D^\alpha h$ jest ograniczona na $\Omega$ dla wszystkich $|\alpha| \leq k\}$,
$\Lambda^k_\varepsilon(\Omega) := \left\{h \in \mathbb{A}^k(\Omega) : \sup_{z,w \in \overline{\Omega},\, z \neq w} \frac{|D^\alpha h(z) - D^\alpha h(w)|}{|z-w|^\varepsilon}\right.$ dla wszystkich $\left.|\alpha| \leq k\right\}$.

Niech teraz $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ będzie ograniczonym obszarem takim, że dla dowolnego punktu $z \in \partial\Omega$ mamy $[0, z) \subset \Omega$ oraz odcinek $[0, z]$ nie jest styczny do $\partial\Omega$. Zasadniczym wynikiem pracy (Theorems 3.1 i 4.5) jest wykazanie, że przy pewnych (stosunkowo słabych) warunkach dotyczących regularności $\partial\Omega$, następujące twierdzenie (będące uogólnieniem wyników U. Backlunda and A. Fälströma z 1995 roku) jest prawdziwe.

Niech $\mathcal{A} \in \{\mathbb{A}^k(\Omega), \mathbb{H}^k(\Omega), \Lambda^k_\varepsilon(\Omega)\}$ i niech funkcja $h \in \mathcal{A}$ będzie taka, że $h(0) = 0$. Wtedy istnieją $h_1, \dots, h_n \in \mathcal{A}$ takie, że $h = z_1 h_1 + \cdots + z_n h_n$.

– [K-8] Pierwsza część pracy jest poświęcona pewnym nowym charakteryzacjom zbiorów typu $\mathcal{G}_\delta$ w przestrzeniach metrycznych. W dalszych częściach pracy, korzystając z tych charakteryzacji, Autor podaje między innymi nowe dowody następujących twierdzeń dotyczących zupełnych zbiorów (pluri)polarnych:

Niech $E \subset \mathbb{R}^n$ będzie zbiorem polarnym typu $\mathcal{G}_\delta$. Wtedy istnieje funkcja $u$ subharmoniczna na $\mathbb{R}^n$ taka, że $E = u^{-1}(-\infty)$.

Niech $E \subset F_1 \times \cdots \times F_n \subset \mathbb{C}^n$ będą takie, że $E$ jest typu $\mathcal{G}_\delta$, zaś $F_1, \dots, F_n \subset \mathbb{C}$ są polarne. Wtedy istnieje funkcja $u$ plurisubharmoniczna na $\mathbb{C}^n$ taka, że $E = u^{-1}(-\infty)$.

Reasumując powyższe opinie i uwagi, jestem przekonany, iż zarówno rozprawa, jak i pozostały dorobek naukowy dr. Piotra Kota stanowią trwały wkład do analizy zespolonej wielu zmiennych i spełniają zarówno zwyczajowe, jak i ustawowe wymagania stawiane przy habilitacji. Dlatego też wnioskuję o nadaniu Mu stopnia doktora habilitowanego.