

Gdańsk, 24.08.2023 r.

prof. dr hab. inż. Dariusz Dereniowski  
Katedra Algorytmów i Modelowania Systemów  
Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki  
Politechnika Gdańska  
ul. Gabriela Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk

## RECENZJA

dorobku naukowego, dydaktycznego i organizacyjnego dr. Andrzeja Grzesika  
ubiegającego się o nadanie stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk  
ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka

Tytuł osiągnięcia naukowego: **Ekstremalne problemy teorii grafów dotyczące  
zliczania podgrafów**

Recenzja została opracowana na podstawie następujących dokumentów złożo-  
nych przez Habilitanta:

- wniosek o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego,
- zaświadczenie o nadaniu stopnia doktora nauk matematycznych, dyscyplina informatyka, wystawione przez Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego,
- autoreferat w języku polskim,
- autoreferat w języku angielskim,
- wykaz osiągnięć w języku polskim,
- wykaz osiągnięć w języku angielskim,
- oświadczenia współautorów prac,
- dane wnioskodawcy w języku polskim i angielskim.

Ponadto, wykorzystany został aktualny wykaz publikacji Habilitanta dostępny w ba-  
zach *Web of Science* oraz *Scopus*.

### 1. Ocena osiągnięcia naukowo-badawczego.

W niniejszym punkcie ocenie podlega cykl następujących artykułów:

- [A1] Andrzej Grzesik, Daniel Král', László Miklós Lovász, Elusive extremal graphs,  
*Proceedings of the London Mathematical Society* 121 (2020), 1685–1736.

- [A2] Andrzej Grzesik, On the maximum number of five-cycles in a triangle-free graph, *Journal of Combinatorial Theory, Series B* 102 (2012), 1061–1066.
- [A3] Andrzej Grzesik, Bartaomiej Kielak, On the maximum number of odd cycles in graphs without smaller odd cycles, *Journal of Graph Theory* 99(2) (2022), 240–246.
- [A4] Andrzej Grzesik, Oliver Janzer, Zoltán Lóránt Nagy, The Turán number of blow-ups of trees, *Journal of Combinatorial Theory, Series B* 156 (2022), 299–309.
- [A5] Andrzej Grzesik, Ping Hu, Jan Volec, Minimum number of edges that occur in odd cycles, *Journal of Combinatorial Theory, Series B* 137 (2019), 65–103.
- [A6] Andrzej Grzesik, Jan Volec, Degree conditions forcing directed cycles, *International Mathematical Research Notices* 11 (2023), 9711–9753. <sup>1</sup>
- [A7] Timothy F.N. Chan, Andrzej Grzesik, Daniel Král', Jonathan A. Noel, Cycles of length three and four in tournaments, *Journal of Combinatorial Theory, Series A* 175 (2020), 105276.
- [A8] Andrzej Grzesik, Daniel Král', László Miklós Lovász, Jan Volec, Cycles of a given length in tournaments, *Journal of Combinatorial Theory, Series B* 158 (2023), 117–145.

(a) **Zawartość cyklu publikacji i tematyka badawcza.**

Poniżej krótko charakteryzuję główne wyniki każdej z prac [A1]–[A8].

Praca [A1] negatywnie rozstrzyga hipotezę postawioną przez Lovásza [*Curr. Dev. Math.* 2008], która mówi o tym, że dowolny ekstremalny problem w teorii grafów, który dotyczy zliczania podgrafów posiada optimum określone poprzez fakt istnienia skończonej liczby podgrafów o określonej gęstości.

Artykuł [A2] podaje dowód hipotezy postawionej przez Erdősa w 1984 roku i mówiącej o tym, że  $n$ -wierzchołkowy graf bez trójkątów zawiera co najwyżej  $(n/5)^5$  cykli o długości 5. Praca [A3] kontynuuje ten wątek badań dowodząc wyniku ogólniejszego: dla każdego  $k \geq 7$ , dowolny  $n$ -wierzchołkowy graf bez nieparzystych cykli o długości mniejszej niż  $k$  zawiera co najwyżej  $(n/k)^k$  cykli o długości  $k$ .

Inna hipoteza Erdősa jest podejmowana w [A4]. Celem nakreślenia hipotezy potrzebne są dwa pojęcia. Pierwszym jest *liczba Turána*  $\text{ex}(n, F)$  będąca maksymalną liczbą krawędzi  $n$ -wierzchołkowego grafu, który nie zawiera podgrafu  $F$ . Drugie definiuje graf  $r$ -zdegenerowany jako taki, którego każdy podgraf ma minimalny stopień równy co najwyżej  $r$ . Hipoteza mówi, że dwudzielny  $r$ -zdegenerowany graf  $F$  spełnia  $\text{ex}(n, F) = \mathcal{O}(n^{2-1/r})$ . Praca [A4] dowodzi tej hipotezy dla pewnych klas grafów:  $r$ -zdegenerowanych rozdmuchań drzew oraz  $r$ -zdegenerowanych grafów dwudzielnych o stałej złożoności.

---

<sup>1</sup>Wskazany w niniejszej pracy rok wydania oraz strony różnią się od zadeklarowanych przez Autora. Uznaję, że Autor deklaruje rok 2022 jako rok przyjęcia do druku na etapie składania wniosku, natomiast moja ocena opiera się na wskazanej w mojej recenzji wersji pracy.

Artykuł [A5] dotyczy kolejnej z hipotez Erdősa [Erdős, Faudree, Rousseau 1986]: dla każdego całkowitego  $k \geq 2$ , każdy  $n$ -wierzchołkowy graf o  $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor + 1$  krawędziach zawiera co najmniej  $\frac{2}{9}n^2 - \mathcal{O}(n)$  krawędzi należących do cykli  $C_{2k+1}$ . W [A5] podana jest konstrukcja, która obala tę hipotezę dla  $k = 2$ , a jednocześnie podaje oszacowanie dolne na liczbę tych krawędzi równe  $\frac{2+\sqrt{2}}{16}n^2 - \mathcal{O}(n^{15/8})$ . Dla  $k \geq 3$  praca [A5] dowodzi powyższej hipotezy.

Artykuł [A6] dotyczy podobnych problemów do poprzednich lecz stawianych dla orientacji grafów i skupia się wokół hipotezy autorów Kelly, Kühn oraz Osthus [*J. Comb. Theory, S.B* 2010]. Hipoteza mówi, że dla każdego  $\ell \geq 4$  istnieje  $n_0$  takie, że każdy  $n$ -wierzchołkowy graf zorientowany, gdzie  $n \geq n_0$ , o minimalnym półstopniu  $\delta^\pm \geq (n+1)/k$  posiada cykl skierowany o długości  $\ell$ , gdzie  $k \geq 2$  jest najmniejszą liczbą całkowitą dzielącą  $\ell$ . ( $\delta^\pm$  definiujemy jako mniejszą z wartości minimalnego stopnia wejścia i wyjścia wierzchołka.) Praca [A6] dla większości zakresu parametrów obala tę hipotezę dowodząc istnienia cyklu długości  $\ell$  dla wybranych zakresów parametrów:  $\ell \not\equiv 3 \pmod{12}$  i  $\delta^\pm \geq \frac{n}{k} + \frac{k-1}{2k}$  oraz  $\ell \equiv 3 \pmod{13}$  i  $\delta^\pm \geq \frac{n+1}{4}$ .

Problem Turána można postawić jako pytanie o maksymalną liczbę krawędzi w grafie, który zawiera ustaloną liczbę kopii danego podgrafu. Praca [A7] rozważa taki problem dla turniejów z odpowiednio dużą liczbą trójkątów. Pomijam w tym opisie bardziej precyzyjne sformułowanie uzyskanych wyników w wyżej wymienionej pracy ze względu na to, że wymaga to wprowadzenia szeregu szczegółowych pojęć i w mojej opinii nie jest konieczne czynienie tego w recenzji. Praca [A8] z kolei dotyczy pytania o maksymalną liczbę podgrafów w turnieju, a w szczególności cykli o zadanej długości. Zdefiniujmy  $c(l)$  jako granicę dla  $n$  dążącego do nieskończoności stosunku maksymalnej liczby cykli długości  $l$  w  $n$ -wierzchołkowym turnieju do oczekiwanej liczby cykli długości  $l$  w losowym  $n$ -wierzchołkowym turnieju. Jednym z wyników pracy jest dowód hipotezy Bartley i Day [rozprawy doktorskie 2017 i 2018], która mówi, że dla każdego  $l \geq 3$  niepodzielnego przez 4 zachodzi  $c(l) = 1$ . Dalsze istotne wyniki pracy [A8] dotyczą przypadków gdy  $l$  jest podzielne przez 4.

(b) **Ocena cyklu publikacji.**

Prace [A1]–[A8] stanowią cykl monotematyczny. Z przedstawionych oświadczeń wynika, że Andrzej Grzesik ma znaczący sumaryczny wkład w osiągnięte w tych publikacjach wyniki naukowe. Publikacje znalazły przedruk w prestiżowych czasopismach. *Journal of Graph Theory* jest flagowym czasopismem w teorii grafów, natomiast *Journal of Combinatorial Theory, Series B* uznaje za jedno z wiodących pism w kombinatoryce. Same wyniki obejmują ważne, długo badane oraz należące do głównego nurtu problemy w ekstremalnej teorii grafów. To co uważam za warte podkreślenia w niniejszej recenzji, to nie tylko rezultaty powyższych prac, ale również poziom komplikacji i zastosowane narzędzia (takie jak metoda algebr flagowych, pewne wersje metody probabilistycznej lub ciekawe konkretne konstrukcje grafowe). Wskazuje to na dużą dojrzałość naukową Andrzeja Grzesika i jest dobrym prognostykiem na dalsze duże sukcesy w pracy badawczej. Biorąc pod uwagę powyższe, częściowo su-

biektywne miary, z każdego punktu widzenia prace [A1]–[A8] stanowią duży wkład w dziedzinę teorii grafów i w mojej opinii pozostawiają w niej trwałe i wartościowe ślady.

## 2. Ocena istotnej aktywności naukowej.

Oprócz powyższego monotematycznego cyklu prac [A1]–[A8], Andrzej Grzesik wskazuje w autoreferacie na cykl pozostałych 20 prac swojego autorstwa i współautorstwa (po uzyskaniu stopnia doktora). Wiele z nich zostało opublikowanych w wysoko notowanych pismach takich jak *Electronic Journal of Combinatorics*, *Journal of Graph Theory*, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, *Discrete Mathematics* czy *Discrete Applied Mathematics*. Wartościową pozycją jest referat na *SODA* w 2022 roku. Prace te wskazują na dość szerokie zainteresowania naukowe Andrzeja Grzesika, obejmujące m.in. różne modele kolorowania grafów, zbiory niezależne, pakowania i analiza struktur będących podgrafami, pokrycia i separatory.

Andrzej Grzesik był beneficjentem Stypendium Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego dla wybitnych młodych naukowców w roku 2019, ale szczególne wrażenie spośród otrzymanych nagród robi na mnie otrzymanie prestiżowej *Open Mind Price* przyznawanej co dwa lata podczas *Polish Combinatorial Conference*. Udział w projektach naukowych, w tym kierowanie grantami w programach Preludium, Etiuda, Sonata oraz Sonata Bis Narodowego Centrum Nauki wskazują na aktywność w pozyskiwaniu środków badawczych.

Odnosnie wskaźników bibliometrycznych (stan na dzień 7 sierpnia 2023), wg bazy *Web of Science* liczba obcych cytowań wynosi 122, a indeks Hirscha 4, natomiast wg bazy *Scopus* jest to 186 cytowań przy indeksie Hirscha równym 5.

## 3. Ocena działalności dydaktycznej i popularyzatorskiej Habilitanta.

Andrzej Grzesik w ramach zatrudnienia na Uniwersytecie Jagiellońskim prowadzi szereg kursów dydaktycznych, co stanowi typową aktywność w tym zakresie pracownika dydaktyczno-badawczego. Ciekawym akcentem są kursy dla doktorantów obejmujące zagadnienia ekstremalnej teorii grafów. Promocja zaledwie pięciu magistrantów wygląda nieco skromnie, ale zważywszy na rolę promotora pomocniczego w trzech przewodach doktorskich oraz dość obszerną listę działań popularyzatorskich, wspieranie zdolnej młodzieży oraz organizacyjną, uważam że ogólnie rozumiana działalność dydaktyczna i popularyzatorska jest prowadzona w dość szerokim zakresie.

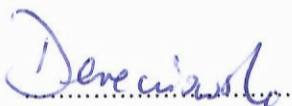
## 4. Ocena międzynarodowej działalności Habilitanta.

Andrzej Grzesik odbył wiele zagranicznych wizyt naukowych na cenionych i szeroko rozpoznawalnych uniwersytetach, między innymi takich jak *University of Cambridge*, *MIT*, *University of California*, *McGill*, *Stanford*, *Charles University* czy *University of Warwick*. Współpraca z ostatnią jednostką się wyróżnia czasem trwania, gdyż o ile większość wizyt można określić jako krótkie (1-2 tygodnie), o tyle

czas spędzony na *Wawrick University* łącznie kumuluje się do prawie 8 miesięcy. Dorobek publikacyjny wyraźnie pokazuje bardzo duże efekty tychże wyjazdów zagranicznych.

#### 5. Wniosek końcowy.

Osiągnięcia naukowe dr. Andrzeja Grzesika uzyskane po otrzymaniu stopnia doktora stanowią znaczący wkład w rozwój dyscypliny matematyka. Uwzględniając dorobek popularyzatorski, dydaktyczny, oraz istotną aktywność naukową stwierdzam, że recenzowany wniosek spełnia wymagania Ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym. W związku z powyższym wnioskuję o dopuszczenie dr. Andrzeja Grzesika do dalszych etapów postępowania habilitacyjnego i popieram wniosek o nadanie stopnia naukowego doktora habilitowanego.



Dariusz Dereniowski