

dr hab. Michał Jasiczak, Prof. UAM      Poznań, 7 października 2022  
Wydział Matematyki i Informatyki  
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ PANA MGR. PIOTRA PIKULA  
PT. 'BACKWARD EXTENSIONS OF WEIGHTED SHIFTS ON DIRECTED  
TREES'.

Pan mgr Piotr Pikul przedstawił rozprawę doktorską pod tytułem "Backward extensions of weighted shifts on directed trees". Promotorem rozprawy jest prof. dr hab. Jan Stochel. Praca składa się z pięciu rozdziałów. Jest napisana w języku angielskim. Rozpocznę od omówienia zawartości kolejnych rozdziałów.

Rozdział pierwszy to wprowadzenie. Autor przedstawia tutaj motywację do badania zagadnień, którym poświęcona jest praca. Rozdział drugi poświęcony jest podstawom z teorii grafów, które są niezbędne w dalej przedstawionej teorii ważonych operatorów przesunięcia na skierowanych drzewach i lasach. **Już tę część pracy, chociaż raczej elementarną, cechuje wysoki poziom zarówno jeżeli chodzi o język, którym posługuje się Autor, jak i precyzyjny styl przedstawianych argumentów.** Taki sam charakter mają kolejne rozdziały. Trzeci poświęcony ważonym operatorom przesunięcia, czwarty zatytułowany *Characterizations* oraz najważniejszy piąty rozdział, w którym przedstawione jest rozwiązanie problemu wstecznego rozszerzenia ważonych operatorów przesunięcia.

**Recenzowana praca dotyczy bardzo aktualnej matematyki.** Podstawowa idea polega na przeniesieniu znanych, klasycznych wyników opisujących własności ważonych operatorów przesunięcia na ich odpowiedniki na drzewach skierowanych. Teoria ta w bardzo interesujący sposób łączy własności teorio-grafowe z metodami analizy funkcjonalnej. **To samo można powiedzieć w szczególności o matematyce uprawianej przez Pana mgra Pikula. Jest to bardzo ładne połączenie teorii grafów z nieoczywistą teorią operatorów.**

Największe wrażenie zrobiła na mnie analiza istnienia wstecznego rozszerzenia ważonych operatorów przesunięcia w klasie operatorów subnormalnych. Autor w bardzo zgrabny i elegancki sposób łączy znane wyniki dotyczące momentów Stieltjesa z analizowanym problemem istnienia wstecznego rozszerzenia na drzewach skierowanych.

Z metodologicznego punktu widzenia, podoba mi się również wyróżnienie własności nazywanej w pracy *joint backward extension property* (Definition 5.5). Własność ta sprowadza problem istnienia wstecznych rozszerzeń na bardziej skomplikowanych drzewach do przypadku podstawowego. Wyróżnienie tej własności wprowadza porządek w analizowanych problemach, jest, powiedziałbym, istotą rzeczy. **Fakt, że Autor zauważył rolę tej własności bardzo dobrze świadczy o Jego dojrzałości matematycznej.** Moim zdaniem, zdecydowanie **ponadprzeciętnej**. Jedyna uwaga techniczna, którą mam dotyczy także tej własności. Muszę przyznać, że zajęło mi trochę czasu zrozumienie, że w kolejnych twierdzeniach opisujących istnienie wstecznych rozszerzeń ta własność jest powtarzana. Przyznaję jednak, że Autor lojalnie o tym uprzedza na stronie 60. Ja raczej odwoływałbym się w każdym udowodnianym twierdzeniu do Definicji 5.5.

Oceniam recenzowaną pracę bardzo wysoko. Przede wszystkim, co już zaznaczyłem, analizowane zagadnienie jest aktualne, interesujące i nieoczywiste. Jest zupełnie naturalnym uogólnieniem znanej, klasycznej teorii. Autor pracy wykazał się bardzo dużą znajomością tej klasycznej teorii. Widać to moim zdaniem właśnie wtedy, gdy analizuje On problem istnienia rozszerzeń subnormalnych. Przedstawiane dowody są precyzyjne i nieoczywiste, często technicznie skomplikowane. Warto także podkreślić, że praca napisana jest bardzo dobrym językiem. Wszystko to sprawia, że jej lektura jest prawdziwą przyjemnością. Dlatego też wnioskuję o jej wyróżnienie. Co prawda, w recenzowanej pracy nie jest rozwiązany problem, który możnaby określić jako spektakularny. Niemniej jednak uzyskane zostały bardzo ważne wyniki, które z czasem staną się klasyczne w teorii operatorów. Jest formalnością stwierdzenie, że recenzowana praca spełnia wszystkie wymagania stawiane rozprawom doktorskim.

Michał Jasiczak