Całkowalność, Foliacje i Twistory

Streszczenie:

Roger Penrose wprowadził teorię twistorów. Chociaż teoria ta została sformułowana w celu zapewnienia nowej drogi do kwantowej grawitacji, to jednak nie jest ona jeszcze kompletna z powodu wielu problemów technicznych. Mimo to znalazła kilka ważnych zastosowań w matematyce. Jednym z nich jest badanie odwzorowań harmonicznych. W tym przypadku pomocna jest przestrzeń twistorowa bedąca przestrzenią wszystkich prawie zespolonych struktur zgodnych ze strukturą riemannowską parzyście wymiarowej rozmaitości. W rozprawie rozwijamy teorię przestrzeni twistorowych na rozmaitościach foliowanych i konstruujemy przestrzeń twistorową wiązki normalnej. Pokazujemy, jak klasyczne konstrukcje teorii twistorów prowadzą do obiektów foliowanych i pozwalają sformułować i udowodnić foliowane wersje niektórych dobrze znanych wyników dla odwzorowań harmonicznych. Następnie, ponieważ każdy orbifold może być zrealizowany jako przestrzeń liści odpowiednio zdefiniowanej foliacji riemannowskiej, otrzymujemy orbifoldowe wersje klasycznych twierdzeń jako proste konsekwencje wyników dotyczących foliacji i odwzorowań sfoliowanych.

Używamy algebraicznych technik teorii Picarda-Vessiota, by badać zagadnienie całkowalności rzeczywistych układów dynamicznych. W szczególności podajemy ciekawy przykład, który nie jest całkowalny, ale posiada oswojoną topologię. Pokazuje to, że założenie, iż niecałkowalność jest równoznaczna z chaotycznym zachowaniem jest błędne. Następnie podajemy kilka innych przykładów rzeczywistych układów dynamicznych o ciekawych własnościach oraz pewne spostrzeżenia dotyczące twierdzenia Arnolda-Thoma.

Rouzbeh Mohseni