

Marek Capiński
Wydział Matematyki Stosowanej AGH

Recenzja pracy doktorskiej Marcina Krzywdy pt.

Kopule samopodobnych procesów dyfuzji Itô
i ich zastosowania w matematyce finansowej

Praca jest bardzo obszerna, ma ponad 190 stron. Odliczając część wstępną i dodatek pozostaje około 90 stron, co też jest poważnym zadaniem dla recenzentów.

Przedmiotem rozprawy jest układ równań przedstawiony na stronie vii Wstępu (oraz na stronie 59 jako równanie (3.2)), który jest uogólnieniem klasycznej konstrukcji skorelowanych procesów Wienera. Nie jest istotny układ, gdyż pierwsze równanie zawiera tylko jeden nieznaną proces X a drugie zawiera dwa procesy X, Y , czyli można je rozwiązywać po kolei. Istnienie i jednoznaczność jest zagwarantowane założeniami o współczynnikach. Cele pracy to pokazanie że rozwiązanie jest $\frac{1}{2}$ -samopodobne przy odpowiednich założeniach na warunki początkowe, oraz scharakteryzowanie kopuli rozwiązania.

Główne wyniki są zawarte w Rozdziale trzecim. Metoda polega na pokazaniu warunków koniecznych dla samopodobieństwa w postaci równań różniczkowych na dystrybuanty, a następnie dowodzi się, że warunki te są dostateczne. Takie podsumowanie to ogromny skrót, a mamy tu wiele kroków i pokazano wiele interesujących faktów. Kopula jest scharakteryzowana poprzez wskazanie równania cząstkowego, które musi spełniać.

Ten sam schemat jest zastosowany do pierwszego równania na X_t oraz potem do drugiego na Y_t gdzie X_t już jest znane. Badanie drugiego równania jest technicznie dość złożone. Z punktu widzenia dydaktycznego jest zasadne rozwiązanie najpierw prostszego przypadku, ale wydaje się, że jest ono zbędne, gdyż pierwsze równanie jest szczególnym przypadkiem drugiego biorąc $A(x, y) = 1$, $B(x, y) = 0$ (wprawdzie warunek A2 tego nie dopuszcza, ale założenie $|A(x, y)| < 1$ nie wydaje się istotne do pokazania samopodobieństwa rozwiązań i wydaje się potrzebne tylko do charakteryzacji kopuli). Dla dowodu przypadku ogólnego możemy założyć konieczne własności procesu X_t .

W Rozdziale 4 pokazano niezmienniczość kopuli przy zmianie miary na neutralną względem ryzyka. Ten wynik może mieć zastosowania, jeśli można by skalibrować kopulę do danych historycznych i użyć jej do wyceny, lub skalibrować ją do cen instrumentów pochodnych i użyć jej do symulacji przyszłych cen.

Uwaga redakcyjna: praca zawiera 26 błędów językowych gdyż tyle razy użyto słowa "adaptowalny" (gdyby była napisana po angielsku, autorowi nie przyszło by do głowy zamienić "adapted" na "adaptable").

Końcowa konkluzja jest wysoce pozytywna, praca zawiera nowe wyniki, dowody wymagały wiele pracy i pomysłowości. Wnoszę o dopuszczenie autora do dalszych etapów przewodu. Ponadto uważam, że praca zasługuje na wyróżnienie.



Kraków, 15 czerwca 2019.