

Łódź, 10 stycznia 2020 r.

Prof. dr hab. Marek Balcerzak
Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej

Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym dr. Tomasza Kani

1. Uwagi wstępne. Dr Tomasz Kania ukończył matematyczne studia magisterskie w 2010 r. na Uniwersytecie Śląskim w Katowicach. W 2013 r. otrzymał stopień doktora na Uniwersytecie w Lancaster na podstawie rozprawy napisanej pod kierunkiem dr. N. J. Lausena dotyczącej domkniętych ideałów w algebrze operatorów na przestrzeniach Banacha funkcji ciągłych. Podczas studiów doktoranckich w Lancaster dr Kania był wyróżniany nagrodami i wygłaszał referaty na konferencjach międzynarodowych. Habilitant wydzielił w autoreferacie 9 publikacji (w tym 8 współautorskich), które były skutkiem badań prowadzonych lub rozpoczętych w trakcie przygotowania doktoratu. Tenże silny doktorat stał się bardzo dobrym punktem startowym do dalszego rozwoju naukowego. Po otrzymaniu stopnia doktora Habilitant nie zaprzestał współpracy z promotorem. Warto odnotować, że nazwisko Lausena znajduje się wśród współautorów trzech prac wchodzących w skład dzieła habilitacyjnego.

Tematyka publikacji dr. Kani dotyczy ważnych i trudnych zagadnień teorii przestrzeni i algebr Banacha, C^* -algebr, przestrzeni operatorów oraz problemów geometrycznych i topologicznych w analizie funkcjonalnej. Wpisuje się ona w nurt badań prowadzonych ostatnio przez znanych specjalistów w różnych ośrodkach na świecie, istotnie napędzający rozwój współczesnej matematyki.

2. Omówienie wyróżnionego cyklu publikacji. Na dzieło habilitacyjne składa się sześć artykułów naukowych [K1]-[K6] (numeracja zgodna z autoreferatem), w tym pięć współautorskich. Rezultaty tych prac opisują nowe ciekawe własności dotyczące algebr Banacha ze szczególnym uwzględnieniem algebr operatorów na przestrzeniach Banacha.

Prace [K5], [K4], [K2]. Te trzy publikacje zostały poświęcone opisowi kraty domkniętych ideałów w algebrze operatorów na przestrzeni Banacha. Lista przestrzeni, dla których uzyskano dotychczas pełny opis jest dość krótka, o czym pisze Habilitant w autoreferacie. Na tej liście znajduje się m.in. $C(\Omega)$ przy założeniu Hipotezy Continuum dla pewnej zwartej przestrzeni Mrówki Ω , dzięki pracy [KK14] Kani wspólnej z Kochankiem.

W artykule [K5] rozszerzono wynik Leunga z 2015 r. na przypadek algebr $\mathcal{B}(W_p)$ oraz $\mathcal{B}(W_p^*)$, gdzie opisano jedyne ideały maksymalne w tych algebrach. Zastosowano całkiem inną metodę w porównaniu z dowodem twierdzenia Leunga.

W publikacji [K4] autorzy rozważają przestrzeń Banacha $\ell_\infty^c(\lambda)$ funkcji ograniczonych o przeliczalnym nośniku określonych na zbiorze nieprzeliczalnej mocy λ . Opisano jedyny ideał maksymalny algebry $\mathcal{B}(X)$, gdy $X = \ell_\infty(\lambda)$ lub $X = \ell_\infty^c(\lambda)$. Ponadto uzyskano postać

dowolnego ideału domkniętego w $\mathcal{B}(\ell_\infty^c(\lambda))$, który zawiera ideał operatorów słabo zwartych oraz wykazano, że dla każdej nieskończonej liczby kardynalnej λ przestrzeń Banacha $\ell_\infty^c(\lambda)$ jest komplementarnie jednorodna.

Wiele interesujących wyników zawiera obszerna publikacja [K2]. Autorzy stosują przestrzeń X_{AH} Argyrosa-Haydona do konstrukcji specjalnej podprzestrzeni Y , a następnie rozważają sumę prostą $Z := X_{AH} \oplus Y$. Dalej uzyskują pełny opis kraty domkniętych ideałów algebry operatorów $\mathcal{B}(Z)$ oraz otrzymują ciekawe własności algebry $\mathcal{B}(Z)$ dotyczące istnienia jedynek aproksymacyjnych. Motywacją konstrukcji przestrzeni Y było pytanie postawione w pracy [DKKKL13] znajdującej się wśród wcześniejszych artykułów współautorskich Habilitanta. Otóż przestrzeń Z daje odpowiedni ośrodkowy kontrprzykład do tego pytania. Wcześniej znana była pozytywna odpowiedź na pytanie dla szerokiej klasy przestrzeni Banacha oraz nieośrodkowe kontrprzykłady. Warto dodać, że idee pracy [K2] zostały już wykorzystane w artykułach Argyrosa i Motakisa oraz Basu i Singha z 2019 roku.

Publikacja [K3] zajmuje się pewnymi rozszerzeniami algebr Banacha oraz rozszczepieniami tych rozszerzeń. Badania współautorów, Lautsena i Scillicorna z ich pracy (która ukaże się w C. R. Math. Acad. Sci. Paris) zrodziły problem istnienia takiej przestrzeni Banacha X , że $\mathcal{B}(X)$ rozszczepia się algebraicznie, ale nie mocno. W artykule [K3] podano pozytywne rozwiązanie. Kluczowym pomysłem było nietrywialne zastosowanie przestrzeni Reada skonstruowanej w 1989 roku.

Otwartość mnożenia. Publikacja [K1]. Tematyka pracy [K1] jest bliska moim zainteresowaniom. Wiadomo, że twierdzenie o odwzorowaniu otwartym nie zachodzi dla odwzorowań dwuliniowych. Zjawisko to jest godne dalszego badania w przypadku mnożenia w algebrach Banacha. Wcześniejsze wyniki odnotowały otwartość lub brak otwartości w przypadku szczególnych przestrzeni, przy czym otwartość często objawiała się w postaci silnej otwartości, zaś brak otwartości – w postaci słabej otwartości. Artykuł [K1] wnosi znaczący postęp do badań w ogólnym ujęciu. Rozwiązano negatywnie problem otwartości splotu w $\ell_1(\mathbb{N}_0)$ postawionego w mojej pracy z Behrendsem i Strobinem z 2016 roku. Nieco trudniejszy okazał się analogiczny problem dla algebry $\ell_1(\mathbb{Z})$. Dla tej algebry oraz dla $\ell_1(\mathbb{Q})$ wykazano brak jednostajnej otwartości. W pracy podoba mi się poszerzone podejście do zagadnienia. Zastosowano różne ciekawe narzędzia dowodowe: ultraprodukty, transformacje Fouriera i struktury ilorazowe. Cennym zabiegiem było użycie lematu Schaudera, który daje warunek dostateczny jednostajnej otwartości funkcji ciągłej. Uzyskano twierdzenie o otwartości mnożenia w algebrze operatorów na przestrzeni Banacha i w algebrze Calkina. Badania nad otwartością mnożenia w algebrze funkcji o wahanii skończonym na $[0, 1]$ częściowo pokrywają się z wynikami Kowalczyka i Turowskiej, którzy zastosowali także skuteczne, lecz bardziej elementarne metody funkcji rzeczywistych. Rezultaty nt. algebry $BV[0, 1]$ odpowiadają na pytania stawiane w moich współautorskich publikacjach.

Brak rozkładalności algebry Calkina przestrzeni Hilberta na iloczyn tensorowy. Praca [K6]. W 2010 roku Simon Wasserman postawił pytanie, czy algebra Calkina przestrzeni ℓ_2 rozkłada się na iloczyn tensorowy dwóch C^* -algebr nieskończenie wymiaro-

wych. Negatywna odpowiedź ukazała się w artykule Ghasemiego, który w 2015 r. wykazał, że SAW^* -algebry nie rozkładają się na iloczyny tensorowe dwóch nieskończenie wymiarowych C^* -algebr. Praca Habilitanta [K6] z tego samego roku zawiera podobny wynik dotyczący braku odpowiedniego rozkładu dla C^* -algebry, która, jako przestrzeń Banacha, jest przestrzenią Grotendiecka. Dowód wymagał od autora odpowiedniej wiedzy i pomysłowości, a główne twierdzenie obejmuje szeroką klasę przestrzeni.

W podsumowaniu stwierdzam, że wyróżniony cykl publikacji zawiera silne wartościowe rezultaty wnoszące istotny wkład do matematyki. Habilitant w samodzielnej pracy [K6] i w pozostałych publikacjach współautorskich [K1]–[K5] wykazał się dużą wiedzą w rozważanej tematyce. Zastosował tam różnorodne środki dowodowe, otrzymując wyniki, które znacząco wpłynęły na postęp w badaniach prowadzonych wcześniej przez znanych specjalistów. Podejmował trudne i ważne problemy stawiane w literaturze i skutecznie je rozwiązał, często proponując oryginalne metody lub wykorzystując twórczo znane konstrukcje i zaawansowane techniki. Wszystkie omawiane prace ukazały się w renomowanych czasopismach. Z załączonych oświadczeń współautorów wynika, że wkład Habilitanta do wspólnych publikacji jest istotny i znaczący.

3. Ocena pozostałego dorobku naukowego oraz aktywności naukowej i dydaktycznej Habilitanta. Na pozostały dorobek naukowy Habilitanta składa się 9 artykułów, będących wynikiem badań rozpoczętych podczas doktoratu, oraz 13 publikacji nie związanych z doktoratem. Omówię pokrótce głównie tę drugą grupę prac. W czterech przypadkach dr Kania jest jedynym autorem. We wszystkich artykułach podejmowane są interesujące i ważne tematy. Uderza bogactwo zainteresowań autora i zastosowanych pomysłów dowodowych.

Jednym z motywów tematycznych Habilitanta są problemy geometrii przestrzeni Banacha rozważane w dwóch pracach Habilitanta z Tomaszem Kochankiem oraz w artykule z Hajkiem i Russo. Została przygotowana do publikacji kolejna praca Kani, Hajka i Russo. Piękne rezultaty publikacji [KK17], nawiązujące do twierdzenia Steinhausa o punktach kratowych i twierdzenia Zwoleńskiego, referował dr Kania kilka lat temu na seminarium w Politechnice Łódzkiej.

Bardzo cennym pomysłem było rozważenie porządku zgodności funkcji ciągłych w artykule Habilitanta z Hartem i Kochankiem z 2015 roku. Wyróżniono ciekawą klasę przestrzeni zwartych K , dla których w przestrzeni $C(K)$ każdy δ -odseparowany łańcuch w sensie rozważanego porządku jest przeliczalny. W kolejnej pracy z Rmoutilem opublikowanej w czasopiśmie *Fundamenta Mathematicae* pojawia się ciekawe zastosowanie porządku zgodności. Otóż główne twierdzenie mówi o tym, że dwie przestrzenie zwarte Hausdorffa K i L są homeomorficzne wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje izomorfizm zgodnościowy pomiędzy $C(K)$ i $C(L)$. Ten wynik uogólnia znane klasyczne rezultaty, poczynając od twierdzenia Gelfanda-Kołmogorowa, a na twierdzeniach Kaplansky'ego i Jarosza kończąc.

Do błyskotliwych wyników T. Kani należy wspólne twierdzenie z Rmoutilem o obciążeniach ciągłych otwartych suriekcji. Jest to w zasadzie rezultat topologiczny. Wzmacnia on wynik Arona i współautorów, a jego dowód opiera się na użyciu teorii elementarnych podmodeli.

Ciekawe byłoby uzyskanie tego samego wyniku inną metodą, z zastosowaniem “zwykłych” narzędzi topologicznych.

Warto odnotować interesującą pracę o C -komplementarności przestrzeni Banacha w drugiej przestrzeni sprzężonej, gdzie zamieszczono poprawny dowód zgrabnej charakteryzacji, której autorem jest Bustos Domecq (2002). Charakteryzacja ta wyraża się poprzez istnienie średnich niezmienniczych określonych na odpowiednich półgrupach, co ma istotne zastosowania w teorii równań funkcyjnych. Inną publikacją z pokrewnej tematyki jest notka dotycząca braku komplementarności przestrzeni $c_{0,J}$ w ℓ_∞ wykazanej przez Leonettiiego. Habilitant zaproponował krótki elegancki dowód tego faktu.

Dwie ładne prace popularyzatorskie dr. Kani ukazały się w American Mathematical Monthly. Pierwsza z nich pokazuje nowy dowód wzoru na ślad macierzy (te badania były kontynuowane w artykule Kani z Morrisonem), zaś druga mówi o tym, że przy odpowiednich założeniach, dowolna baza liniowa k -algebry nie jest zamknięta względem mnożenia.

Oprócz omówionych wyżej osiągnięć publikacyjnych na uwagę zasługuje pozostała aktywność naukowa Habilitanta, która wygląda bardzo dobrze. Odbył on dwa staże podoktorskie: w Warszawie w IMPAN oraz w Uniwersytecie w Warwick (Wielka Brytania). Był wykonawcą w dwóch grantach zagranicznych, a od 2019 r. kieruje grantem naukowym w Czeskiej Akademii Nauk. Wygłosił 18 referatów na konferencjach międzynarodowych. Złożył dwie dłuższe wizyty naukowe: w Toronto i Cambridge. W latach 2013-15 uczestniczył w sieci badawczej uczelni brytyjskich oraz IMPAN. Zrecenzował dwa projekty badawcze oraz kilkanaście prac do renomowanych czasopism naukowych. Liczba cytowań jego prac na razie nie jest rewelacyjna, ale szybko rośnie. Tematykę prac Habilitanta trzeba uznać jako trudną i ambitną, więc nie należy oczekiwać licznych cytowań w pracach początkujących naukowców.

Podczas studiów doktoranckich dr Kania uzyskał trzykrotnie nagrodę Dziekana w Lancaster University i zorganizował sesję naukową w Heidelbergu. Współpraca publikacyjna z takimi autorami jak Dales, Blecher, W. B. Johnson, Schechtman, Koszmider, świadczy o tym, że Habilitant jest doceniany w środowisku jako twórczy matematyk o rozległej wiedzy zarówno w analizie funkcjonalnej jak i w innych działach matematyki (algebra, topologia, podstawy matematyki). Dr Kania ma także osiągnięcia dydaktyczne: pracował jako wykładowca w Wielkiej Brytanii i Irlandii. W Lancaster wypromował dwie prace magisterskie. Uczestniczył w czeskim projekcie dotyczącym organizacji szkół doktorskich.

Konkluzja. Na podstawie powyższych faktów i opinii z całym przekonaniem stwierdzam, że dr Tomasz Kania jest dojrzałym naukowcem skutecznie podejmującym trudne wyzwania badawcze z użyciem zaawansowanych metod. **Uważam, że wyróżniony przez niego cykl publikacji powiązanych tematycznie, pozostałe osiągnięcia naukowe i aktywność akademicka zasługują na wysoką ocenę oraz bez wątpienia wypełniają wymagania ustawowe dotyczące postępowań habilitacyjnych. Tym samym popieram wniosek o nadanie dr. Tomaszowi Kani stopnia doktora habilitowanego.**

M. Balcerzak