

Różnorodne oblicza ciągów bez powtórzeń – streszczenie

Słynne twierdzenia Thuego zapewniają o istnieniu dowolnie długich słów bez kwadratów nad alfabetem trzyliterowym oraz dowolnie długich słów bez nakładek nad alfabetem dwuliterowym. Rozważamy dwie konsekwencje jego badań: gry bez powtórzeń oraz bekwadratowe kolorowania układów linii prostych.

Większa część pracy jest poświęcona wariantowi rezultatu Thuego wywodzącemu się z teorii gier, gdzie słowo wynikowe jest konstruowane wspólnie przez dwoje graczy, którzy naprzemiennie dołączają litery na koniec istniejącego słowa. Jeden z graczy (Ania) dba o unikanie predefiniowanych powtórzeń, kiedy drugi z nich (Benek) próbuje je wymusić. Naszym celem jest charakteryzacja strategii wygrywających dla Ani zależnie od wielkości używanego alfabetu i rodzaju powtórzeń. W szczególności dostarczamy formalne algorytmy do unikania: nietrywialnych kwadratów nad alfabetem ośmioliterowym, nakładek nad alfabetem czteroliterowym oraz piątych potęg nad alfabetem binarnym.

W pozostałej części pracy studiujemy następujące geometryczne aspekty zagadnienia Thuego. Mając dany zbiór L prostych na płaszczyźnie i zbiór P wszystkich punktów przecięcia prostych z L , jaka jest najmniejsza liczba kolorów potrzebna do pokolorowania P tak, że każda prosta w L jest bekwadratowa? Jaka jest najmniejsza liczba kolorów potrzebna do pokolorowania płaszczyzny tak, że każda ścieżka grafu o krawędziach długości jednostkowej składającego się ze współliniowych punktów jest bekwadratowa? Dowodzimy, że ograniczenia górne na te liczby wynoszą odpowiednio 405 oraz 36.

Karol Kosiński

Various Aspects of Nonrepetitive Sequences – abstract

The famous Thue theorems assert that there exist arbitrarily long words without squares over a 3-letter alphabet and arbitrarily long words without overlaps over a 2-letter alphabet. We consider two consequences of his researches: nonrepetitive games and squarefree colourings of line arrangements.

The bigger part of the thesis is devoted to a game-theoretic variant of Thue result, where a word is constructed jointly by two players who alternately append letters to the end of an existing word. One of the players (Ann) takes care of avoiding predefined repetitions, while the other one (Ben) tries to force them. Our aim is to characterize the winning strategies for Ann dependent on the size of the alphabet and the kind of the repetitions. In particular, we provide explicit algorithms for avoiding: non-trivial squares over an 8-letter alphabet, overlaps over a 4-letter alphabet, and 5th powers over a binary alphabet.

In the remaining part of the thesis we study the following geometric aspects of Thue problem. Given a set L of lines in the plane and a set P of all intersection points of lines in L , what is the least number of colours needed to colour the plane so that every line in L is squarefree? What is the least number of colours needed to colour the plane so that every path of the unit distance graph whose vertices are colinear is squarefree? We prove that upper bounds for these numbers are respectively: 405 and 36.

Karol Kosiński