



Prof. dr hab. Krzysztof Dębicki
Instytut Matematyczny
Uniwersytet Wrocławski
pl. Grunwaldzki 2/4
50-384 Wrocław

Wrocław, 8.01.2019

Recenzja pracy doktorskiej mgra Sebastiana Barana
“Optymalizacja oczekiwanej użyteczności wypłat dywidend firmy
ubezpieczeniowej”

Przedstawiona do oceny praca doktorska magistra Sebastiana Barana, licząca 104 strony, składa się z czterech rozdziałów, dodatku z uwagami końcowymi oraz bibliografii. Praca napisana została w języku polskim.

Tematyka przedłożonej rozprawy motywowana jest analizą optymalizacji oczekiwanej użyteczności wypłat dywidend w klasycznych modelach opisujących proces rezerw oraz nadwyżki finansowej firmy ubezpieczeniowej.

Zagadnienie analizy łącznych wypłaconych dywidend w kontekście teorii ryzyka jest aktywnie analizowane przez liczne grupy badaczy. Istotnym problemem w tym kontekście jest znalezienie strategii wypłat dywidend, zwanej strategią optymalną, która maksymalizuje średnie zdyskontowane łączne dywidendy wypłacone do tak zwanego czasu ruiny, który standardowo definiowany jest jako pierwszy moment, gdy proces nadwyżki finansowej firmy ubezpieczeniowej przyjmie ujemną wartość. Okazuje się wówczas, iż w niektórych przypadkach strategią optymalizującą wypłaty dywidend jest tak zwana strategia barierowa.

Punktem wyjścia i motywacją tematyki przedłożonej do oceny pracy doktorskiej była praca Hubalek i Schachermayer [1], w której autorzy wprowadzili do teorii optymalizacji dywidend funkcję użyteczności, skupiając się na maksymalizacji oczekiwanej zdyskontowanej użyteczności wypłat dywidend, przy założeniu, że proces rezerw modelowany jest przez proces Wienera z dryfem. W przyjętym w pracy doktorskiej modelu założono iż proces rezerw zadany jest przez klasyczny proces Craméra-Lundberga w modelu z czasem ciągłym lub proste błędzenie losowe w modelu z dyskretnym czasem.

Przedstawioną do oceny rozprawę doktorską podzielić można na dwie, powiązane ze

sobą części:

- część w której analizie poddano problem optymalizacji wypłaty dywidend dla dyskretnego modelu nadwyżki finansowej modelowanego przez błędzenie losowe (Rozdziały 1, 2);
- część dotyczącą problemu optymalizacji oczekiwanej użyteczności wypłat dywidend w modelu Craméra-Lundberga (Rozdziały 3, 4).

Rozdział 1 rozprawy doktorskiej Sebastiana Barana zawiera wprowadzenie podstawowych pojęć związanych z analizowanymi zagadnieniami, skupiając się następnie na problemie znalezienia strategii optymalnej, która maksymalizuje odpowiednio zdefiniowany funkcjonal celu, przy zadanej (przez spełnienie odpowiednich założeń) funkcji użyteczności. W rozdziale tym rozważony został model dyskretny, w którym bilans pomiędzy wypłaconymi odszkodowaniami a otrzymanymi składkami na koniec każdego okresu opisany jest za pomocą ciągu zmiennych losowych i.i.d. Rozpatrywany model oraz uzyskane wyniki uogólniają rezultaty zawarte w pracy doktorskiej D. Sochy przez dodanie funkcji użyteczności. Techniki dowodowe oparte są na metodach programowania dynamicznego, w szczególności sprowadzeniu zagadnienia do znalezienia i rozwiązania równania Bellmana. Rozwiązanie to otrzymuje się przez zastosowanie twierdzenia Banacha o punkcie stałym. Są to znane w tej tematyce techniki, których użycie wymagało jednak sporej biegłości analitycznej.

Rozdział 2 jest w pewnym sensie rozszerzeniem analizy modelu badanego w Rozdziale 1 o dodatkową możliwość zasilania procesu nadwyżki finansowej przez wpłaty kapitału dokonywane przez towarzystwo ubezpieczeniowe w jednostkach czasu. Rozdziały 1 i 2 są bliźniaczo podobne do siebie, zarówno pod względem struktury, rezultatów oraz sposobu dowodzenia większości wyników. Naturalnym, w tym kontekście pozostaje pytanie, które z wyników Rozdziału 1 można wywnioskować z rezultatów wyprowadzonych w Rozdziale 2.

Rozdział 3 poświęcony został analizie modelu ciągłego z kosztami transakcji, wprowadzonego w pracy Albrechera i Thonhausera [2]. Autor szczegółowo opisał w nim wyniki uzyskane w [2], rozszerzając je na szerszą klasę funkcji użyteczności (w oryginalnej pracy [2] rozważane były jedynie potęgowe funkcje użyteczności). Zarówno użyte metody, jak i sposób dowodzenia intensywnie czerpią z pracy [2], w wielu miejscach właściwie kopiując (po przetłumaczeniu) [2]. Wydaje się, że rozdział ten mógłby być zdecydowanie krótszy lub (po skróceniu) być częścią Rozdziału 4. Powtarzanie prawie „słowo w słowo” dowodów wypracowanych w [2], przy nieco ogólniejszej postaci funkcji użyteczności nie wiosło tu wiele do nowatorstwa rozprawy. Zwrócić należy jednak uwagę, iż autor uczciwie informuje czytelnika, skąd zaczerpnął przedstawiane wyniki.

Rozdział 4 rozprawy doktorskiej Sebastiana Barana także dotyczy modelu ciągłego, gdzie proces rezerwy firmy ubezpieczeniowej zadany jest przez proces Craméra-Lundberga, a proces wypłat dywidend modelowany jest przez intensywność wypłaty. Jest to, moim zdaniem, najciekawsza część dysertacji. Przy założeniu, że intensywność wypłat dywidend jest ograniczona, wyprowadzono tu odpowiednie równanie Hamiltona-Jacobiego-Bellmana, udowadniając iż funkcja wartości spełnia je. Ponadto znaleziono tu optymalną strategię wypłat. Rozumowania przeprowadzone w rozdziale tym, posiłkując się nieco wynikami [6] i [15], wymagały biegłości oraz pomysłowości.

Metodyka oraz techniki dowodowe użyte w przedstawionej do recenzji pracy doktorskiej, wymagały opanowania zaawansowanych narzędzi matematyki finansowej oraz metod programowania dynamicznego. Użyte techniki kontynuują, a w niektórych miejscach rozszerzają, idee wypracowane przez znanych probabilistów zajmujących się zagadnieniami optymalizacji oczekiwanych łącznych wypłat typu „dywidenda” w teorii ryzyka.

Praca napisana jest starannie, zarówno pod względem formalnym, jak i językowym. Nieliczne, zauważone przeze mnie błędy nie mają wpływu na zdecydowanie pozytywną ocenę w tym względzie. Głównym mankamentem, który utrudnił czytanie pracy, jest brak wprowadzenia niektórych pojęć i oznaczeń, którymi operuje autor. Przykładowo, brak definicji funkcji χ w Rozdziale 1.2, czy pojęcia selektora (strona 12). Niektóre pojęcia wprowadzone są po fakcie ich wcześniejszego użycia. Na przykład, Y^+ zdefiniowano w Lemacie 1.3.7, podczas, gdy było ono już wcześniej używane. Są to jednak niewielkie niedogodności, które czytelnik jest w stanie samemu uzupełnić.

Rozprawa doktorska magistra Sebastiana Barana spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim. Autor uzyskał oryginalne, ciekawe i niebanalne wyniki. **Wnoszę o dopuszczenie magistra Sebastiana Barana do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**

14.11.2016