

Algorytmy ścisłego całkowania równań wariacyjnych i ich zastosowania do badania bifurkacji rozwiązań okresowych w Kołowym Ograniczonym Problemie Trzech Ciał.

Tematyką niniejszej rozprawy jest nowy algorytm C^1 -HO obliczania ścisłych oszacowań na rozwiązania równań wariacyjnych pierwszego rzędu stowarzyszonych z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi oraz jego zastosowania. Obliczanie ścisłych oszacowań jest podstawą wielu komputerowo wspieranych dowodów w układach dynamicznych. Proponowany algorytm wykorzystuje metodę Taylora wysokiego rzędu jako predyktor i metodę niejawną opartą na wzorze Hermitea-Obreshkova jako korektor. Przeprowadzone testy porównawcze pokazały, że nowo opracowany algorytm jest lepszy niż jedyny znany tego typu algorytm C^1 -Lohner.

Druga część rozprawy dotyczy zastosowań algorytmu C^1 -HO do badania dynamiki trzech równań różniczkowych zwyczajnych.

Wykazano, że dla pewnego zakresu parametru istnienie atraktor w układzie Rösslera. Ponadto pewne odwzorowanie Poincarègo posiada jednostajnie hiperboliczny zbiór niezmienniczy, na którym dynamika jest chaotyczna w sensie sprzężenia drugiej iteracji odwzorowania Poincarègo z pełnym przesunięciem na dwóch symbolach.

Opracowano algorytm dowodzenia istnienia bifurkacji zwielokrotnienia okresu oraz touch-and-go w układach posiadających symetrię odwrócenia w czasie. Jako zastosowanie, przeprowadzono komputerowo wspierany dowód istnienia wspomnianych typów bifurkacji eliptycznych orbit okresowych w układzie Michelsona. Następnie, algorytm zaadaptowano do odwzorowań Poincarègo w autonomicznych układach hamiltonowskich posiadających symetrię odwrócenia w czasie.

Jako zastosowanie przeprowadzono komputerowo wspierany dowód istnienia bifurkacji orbit halo w Kołowym Ograniczonym Problemie Trzech Ciał. Udowodniono, że gałąź orbit halo bifurkuje z planarnych rodzin orbit $L_{1,2,3}$ -Lapunowa. Dla dwóch szczególnych układów (Ziemia-Księżyc, Słońce-Jowisz) udowodniono, że gałąź orbit L_1 -halo na sekcji Poincarègo jest dyfeomorficzna z okręgiem. Następnie pokazano, że orbity halo mają bifurkację zwielokrotnienia okresu rzędu 2 i 4 oraz bifurkację touch-and-go rzędu 3.


Irmina Walawska

Algorithms for rigorous integration of variational equations and their application to investigation of bifurcations of periodic solutions in the Circular Restricted Three Body Problem

The subject of this dissertation is a new algorithm C^1 -HO for computation of validated bounds for solutions of first order variational equations associated with ordinary differential equations and its applications. The computations of the rigorous bounds is the basis of many computer-assisted proofs in dynamical systems literature. The proposed algorithm uses

a high-order Taylor method as a predictor step and an implicit method based on the Hermite–Obreshkov formula as a corrector step. The comparative tests carried out showed, that the newly developed algorithm is better than the only known C^1 -Lohner algorithm of this type.

The second part of the dissertation concerns applications of the C^1 -HO algorithm for studying the dynamics of three ordinary differential equations.

It has been shown, that for some range of parameter there exists an attractor in the Rössler system. Moreover, a certain Poincaré map has a uniformly hyperbolic invariant set, on which the dynamic is chaotic in the sense that the second iterate of the Poincaré map is conjugated to the full shift on two symbols.

An algorithm for proving of the existence of period-tupling and touch-and-go bifurcations in systems having a time reversal symmetry was developed. As an application, a computer-assisted proof of the existence of the mentioned types of bifurcation of elliptic periodic orbits in the Michelson system was conducted. Then, the algorithm was adapted to Poincaré maps in autonomous Hamiltonian systems having a time reversal symmetry. As an application a computer-assisted proof of the existence of bifurcations of halo orbits in the Circular Restricted Three Body Problem was conducted. It has been proved, that the branch of halo orbits bifurcates from the planar families of the $L_{1,2,3}$ -Lyapunov orbits. For two particular systems (Earth-Moon, Sun-Jupiter) it was proved, that the branch of L_1 -halo orbits on the Poincaré section is diffeomorphic to the circle. Next, it has been shown, that the halo orbits undergo period-tupling bifurcations of order 2 and 4 and the touch-and-go bifurcation of order 3.



Irmina Walawska