INSTYTUT MATEMATYCZNY
Polskiej Akademii Nauk

ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa 10, skrytka pocztowa Nr 21
tel.: 48-22-522-81-00, fax: 48-22-629-39-97, e-mail: im@impan.gov.pl

Warszawa, 10 kwietnia 2013 r.

Recenzja w przewodzie habilitacyjnym
Pana doktora Zenona Jabłońskiego

Pan dr Zenon Jabłoński jest autorem 18 publikacji w poważnych wydawnictwach naukowych o zasięgu międzynarodowym. Z tego 15 powstało po doktoracie, a 4 z nich (w sumie 197 stron!) składają się na rozprawę habilitacyjną.

Według Math. Rev. dorobek ten jest cytowany co najmniej 51 razy przez 15 autorów. Wszystkie recenzje w Math. Rev. są pozytywne i wskazują na znaczący wkład Autora dla postępu w odpowiednich zagadnieniach teorii operatorów.

Ponieważ nie ulega wątpliwości, że rozprawa habilitacyjna jak i cały dorobek naukowy i dydaktyczny Kandydata spełniają z nadwyżką wymogi ustawowe

INSTYTUT MATEMATYCZNY
Polskiej Akademii Nauk

ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa 10, skrytka pocztowa Nr 21
tel.: 48-22-522-81-00, fax: 48-22-629-39-97, e-mail: im@impan.gov.pl

i zwyczajowe, pozwolę sobie przytoczyć tylko kilka przykładów ilustrujących tematykę i niektóre jakościowe osiągnięcia.

Operator liniowy T w przestrzeni Hilberta $\mathcal{H}$ nazywa się subnormalny, jeżeli jest restrykcją operatora normalnego określonego na większej przestrzeni Hilberta. Taki operator ma m.in. nietrywialną podprzestrzeń niezmienniczą w $\mathcal{H}$, co udowodnił S. W. Brown (1978).

Później J. Agler (1985) zauważył wewnętrzną charakteryzację tej naturalnej klasy: operator T z normą $\|T\| \leq 1$ jest subnormalny wtedy i tylko wtedy, gdy

$$(1) \qquad \varrho_{T,k} := \sum_{j=0}^{k} (-1)^j \binom{k}{j} T^{*j} T^j \geqslant 0$$

dla każdego $k = 1, 2, \dots$.

INSTYTUT MATEMATYCZNY
Polskiej Akademii Nauk

ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa 10, skrytka pocztowa Nr 21
tel.: 48-22-522-81-00, fax: 48-22-629-39-97, e-mail: im@impan.gov.pl

Wcześniej A. Lambert (1976) podał inną charakteryzację ograniczonych operatorów subnormalnych w terminach momentów Stieltjesa (warunek (2) niżej).

Przypuszczam, że stąd bierze się motywacja i uzasadnienie badań tej rozprawy: zrozumienie charakteryzacji Aglera i Lamberta oraz ich zasięg dla operatorów nieograniczonych.

Mianowicie, w pierwszych dwóch częściach rozprawy Autor bada "negatywne" warianty warunków (1), tj. $\varrho_{T,k} \leq 0$ dla niektórych lub wszystkich k (tę ostatnią własność nazywa "całkowitą hiperekspansywnością"), i stara się zrozumieć, jak daleko takie operatory mogą odbiegać od subnormalnych oraz znaleźć konkretne przykłady. Autor koncentruje się zwłaszcza na ważonych operatorach przesunięcia, z wagami zespolonymi lub

INSTYTUT MATEMATYCZNY
Polskiej Akademii Nauk

ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa 10, skrytka pocztowa Nr 21
tel.: 48-22-522-81-00, fax: 48-22-629-39-97, e-mail: im@impan.gov.pl

lub operatorowymi, i uzyskuje warunki przynależności do rozpatrywanych klas.

W czwartej części rozprawy konstruuje się (nieograniczone) operatory, które nie są subnormalne, ale niezbyt od nich odbiegają: np. wciąż są paranormalne (tj. takie, że $\|Th\|^2 \leq \|h\| \cdot \|T^2h\|$ dla wszystkich $h \in \mathcal{H}$) i mogą spełniać warunek Lamberta (2). Nie trzeba przekonywać, że zrozumienie tej precyzji jest ważne. Wprawdzie tego typu przykłady były znane, ale Autorzy otrzymują je w ramach swojego podejścia zainicjowanego analizą warunków typu (1), oraz przy pomocy "ważonych przesunięć na grafach skierowanych" badanych w trzeciej części rozprawy. W tym sensie wszystkie cztery części rozprawy stanowią tematyczną całość. Konkretnym, oryginalnym i cennym, wynikiem

INSTYTUT MATEMATYCZNY
Polskiej Akademii Nauk

ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa 10, skrytka pocztowa Nr 21
tel.: 48-22-522-81-00, fax: 48-22-629-39-97, e-mail: im@impan.gov.pl

jest to, że wśród wyżej wspomnianych przykładów może być (nieograniczony) operator złożenia na L^2-przestrzeni, którego orbity są ciągami momentów Stieltjesa:

$$(2) \qquad \|T^n h\|^2 = \int_0^\infty x^n \, d\mu_h(x), \quad n=1,2,\ldots, \quad h \in \mathcal{H},$$

czyli operator spełniający kryterium Lamberta, lecz nieograniczony.

Trzecia, najobszerniejsza część rozprawy, opublikowana jako książka w Memoirs Amer. Math. Soc. (2012) i mająca już bardzo pozytywną recenzję w Math. Rev., poświęcona jest analizie ważonych przesunięć na grafach. Z danym przeliczalnym drzewem skierowanym naturalnie związana jest przestrzeń $\ell^2(V)$ rozpięta na wierzchołkach V drzewa. Na niej określa się operator przesunięcia, ważonego przez dany ciąg liczb zespolonych $(\lambda_v)_{v\in V}$, mnożąc wartości funkcji $f \in \ell^2(V)$ na poprzedniku wierzchołka v

INSTYTUT MATEMATYCZNY
Polskiej Akademii Nauk

ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa 10, skrytka pocztowa Nr 21
tel.: 48-22-522-81-00, fax: 48-22-629-39-97, e-mail: im@impan.gov.pl

przez odpowiednie λ_v (lub przez zero, gdy wierzchołek v nie ma poprzednika). W terminach ciągu $(\lambda_v)_{v\in V}$ podaje się warunki przynależności operatora ważonego przesunięcia do rozmaitych klas operatorów.

W szczególności, jeśli dane (nieskończenie przeliczalne) drzewo skierowane ma co najmniej jeden wierzchołek z poprzednikiem oraz nie ma "liści" (tj. wierzchołków, z których żadna krawędź skierowana nie wychodzi), to można na nim zbudować, przy odpowiednich (niezerowych) wagach, ograniczone operatory przesunięcia: bądź hiponormalne ($T^*T \geq TT^*$), bądź subnormalne, bądź całkowicie hiperekspansywne. W ten sposób znowu wyłaniają się, tym razem na strukturze kombinatorycznej drzew skierowanych, głębokie powiązania rozpatrywanych klas operatorów, co uważam za najbardziej zadziwiający wynik całej rozprawy, jednoczący jej główne aspekty.

INSTYTUT MATEMATYCZNY
Polskiej Akademii Nauk

ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa 10, skrytka pocztowa Nr 21
tel.: 48-22-522-81-00, fax: 48-22-629-39-97, e-mail: im@impan.gov.pl

W innych publikacjach Autor bada np. dalsze warunki subnormalności operatorów przesunięcia na drzewach skierowanych, które są nowe nawet w klasie operatorów ograniczonych. Okazuje się, że charakteryzacja Lamberta zachodzi również dla nieograniczonych przesunięć, które mają dostatecznie dużo "wektorów quasianalitycznych". Innym tematem jest rozszerzanie skończonego ciągu wag dające operator przesunięcia, który jest subnormalną kontrakcją lub operatorem całkowicie hiperekspansywnym.

Oprócz przypomnianego w skrócie wyżej dorobku naukowego, nie tylko znacznego (jak wymaga ustawa), ale nawet <u>znaczącego</u>, Kandydat posiada również imponujący dorobek dydaktyczny, m.in. opiekę nad 40 pracami dyplomowymi i magisterskimi w zakresie informatyki i matematyki. Także bardzo aktywny jest Jego udział we współpracy i konferencjach międzynarodowych, grantach, wydawnictwach. O Jego uznaniu świadczą również wysokie nagrody naukowe, m.in. Rektora UJ oraz Ministra Edukacji Narodowej.

INSTYTUT MATEMATYCZNY
Polskiej Akademii Nauk

ul. Śniadeckich 8, 00-956 Warszawa 10, skrytka pocztowa Nr 21
tel.: 48-22-522-81-00, fax: 48-22-629-39-97, e-mail: im@impan.gov.pl

Z przyjemnością stwierdzam, że Pan dr Zenon Jabłoński spełnia warunki ustawowe i w pełni zasługuje na stopień naukowy doktora habilitowanego nauk matematycznych.

Jaroslav Zemánek