

prof. dr hab. Zbigniew Lonc  
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych  
Politechnika Warszawska  
ul. Koszykowa 75  
00-662 Warszawa

## Recenzja w postępowaniu habilitacyjnym doktora Tomasza Krawczyka

Osiągnięcie naukowe pt. „Algorytmy kolorowania i reprezentowania struktur kombinatorycznych” przedstawione przez dr. Tomasza Krawczyka w ramach postępowania habilitacyjnego składa się 7 siedmiu prac o zbliżonej tematyce. W bardzo dobrze napisanym autoreferacie Autor wyjaśnił i zilustrował przykładami oraz rysunkami główne idee i wyniki uzyskane w ramach tego osiągnięcia. Publikacje wchodzące w jego skład można podzielić na trzy grupy.

Prace [A1] - [A3] dotyczą podziałów on-line zbiorów częściowo uporządkowanych na łańcuchy. Klasyczne twierdzenie Dilwortha mówi, że dowolny częściowy porządek daje się podzielić (off-line) na tyle łańcuchów ile wynosi szerokość tego porządku. Główne osiągnięcie zawarte w tej grupie prac to algorytm on-line (czyli taki, gdzie zakładamy, że częściowy porządek nie jest znany na początku, lecz ujawniany jest element po elemencie), który dzieli zbiór częściowo uporządkowany na podwykładniczą względem szerokości tego porządku liczbę łańcuchów. Problem podziałów on-line częściowych porządków na możliwie najmniejszą liczbę łańcuchów jest uważany za jeden z centralnych problemów w kombinatoryce częściowych porządków. Został postawiony w latach 70-tych XX wieku przez Schmerla. Od tej pory był badany przez wielu autorów. Kierstead w 1981 roku skonstruował algorytm on-line dzielący dowolny częściowy porządek na łańcuchy, których liczba jest wykładniczą funkcją szerokości tego porządku. Istnienie algorytmu on-line dzielącego częściowy porządek na wielomianowo wiele względem szerokości porządku łańcuchów jest problemem otwartym (jest on wymieniony przez Trottera w książce Handbook of Combinatorics jako jeden z najważniejszych problemów w kombinatoryce częściowych porządków).

W pracy [A2], opublikowanej w prestiżowym czasopiśmie Combinatorica, Habilitant wraz ze współautorem Bartłomiejem Boskiem podał algorytm on-line, który konstruuje podział dowolnego częściowego porządku na nie więcej niż  $w^{13 \log w}$  łańcuchów, gdzie  $w$  to szerokość tego częściowego porządku. Jest

to przełomowy wynik, który spotkał się z dużym oddźwiękiem w międzynarodowym środowisku naukowym badaczy zajmujących się kombinatoryką częściowych porządków. Na uwagę zasługuje nie tylko sam wynik, ale i nowatorska, pomysłowa metoda, za pomocą której został uzyskany. Jednym z kluczowych składników tej metody jest dokładna analiza działania prostego algorytmu first-fit konstruującego podział na łańcuchy pewnych uogólnień porządków przedziałowych (zwanych porządkami  $(\underline{k} + \underline{k})$ -wolnymi). Temu zagadnieniu poświęcona jest praca [A1], gdzie autorzy pokazali, że dla takich porządków algorytm first-fit znajduje podział na  $O(kw^2)$  łańcuchów. Wynik ten był potem dwukrotnie poprawiany przez innych autorów. Warto dodać, że autorzy pracy [A2] wraz z Kiersteadem, Mateckim i Smith'em w nieopublikowanej jeszcze pracy podali inny, prostszy i dający podział na nieco mniejszą liczbę łańcuchów algorytm on-line.

Ostatnia praca ([A3]) z pierwszej grupy dotyczy również algorytmu first-fit. Autorzy podają w niej rozwiązanie problemu postawionego w roku 2011 przez Joreta i Milansa, którzy zapytali dla jakich porządków  $Q$  algorytm first-fit znajduje podział  $Q$ -wolnych częściowych porządków na łańcuchy, których liczba zależy tylko od  $Q$  i szerokości dzielonego porządku (a nie zależy od liczby elementów w tym porządku). Autorzy pokazali, że tę własność mają dokładnie częściowe porządki  $Q$  o szerokości równiej 2.

Problemy rozważane w pracach [A1] - [A3] można równoważnie sformułować jako problemy kolorowań on-line grafów nieporównywalności częściowych porządków najmniejszą liczbą kolorów. Druga grupa prac wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego dr. Krawczyka dotyczy również kolorowań on-line, tym razem grafów przecięć pewnych obiektów geometrycznych. Problemy kolorowań takich grafów, nie tylko w wersji on-line, ale i w wersji off-line, tj. znajdowania ich liczby chromatycznej, cieszą się w ostatnich latach bardzo dużą popularnością, co zaowocowało wieloma interesującymi wynikami.

Prace [B1] i [B2] znakomicie wpisują się w ten nurt badawczy. Punktem wyjścia są tu przełomowe wyniki zawarte w napisanej przez dr. Krawczyka w 2013 roku wraz z sześcioma współautorami pracy [D6] (nie wchodzącej w skład osiągnięcia habilitacyjnego), w której odkryto nieoczekiwany związek pomiędzy problemami „zwykłego” (off-line) kolorowania grafów przecięć pewnych obiektów geometrycznych, a wersjami on-line tych problemów. Dzięki temu kolorowania on-line można zastosować jako nową metodę dowodzenia ograniczeń na liczbę chromatyczną grafów przecięć pewnych obiektów geometrycznych. W pracy [D6] autorzy zastosowali tę metodę do znalezienia

(raczej niespodziewanej) negatywnej odpowiedzi na pytanie Erdősa z 1970 roku, czy liczba chromatyczna grafu przecięć odcinków na płaszczyźnie jest ograniczona przez funkcję zależącą jedynie od liczby klikowej (tj. od liczby wierzchołków w największym podgrafie pełnym grafu).

W obszernej pracy [B2] dr Krawczyk wraz ze swoim współautorem Bartoszem Walczakiem sformalizowali i w twórczy sposób uogólnili tę metodę, co pozwoliło udowodnić kilka bardzo ciekawych rezultatów dotyczących liczb chromatycznych grafów reprezentowanych geometrycznie. Autorzy głównie rozważali następujące trzy klasy grafów: grafy włókien przedziałowych, grafy nachodzeń poddrzew oraz grafy nachodzeń prostokątów. W przypadku tej pierwszej klasy pokazali, że największa możliwa liczba chromatyczna grafu z tej klasy jest ograniczona przez pewną funkcję liczby klikowej, a dla grafów z pewnej podklasy tej klasy znaleźli dokładną wartość tej liczby (jako funkcji liczby klikowej). W przypadku grafów nachodzeń poddrzew udowodnili wynik przeciwny, tj. że nie ma takiej funkcji liczby klikowej, która ogranicza wartość liczby chromatycznej. Ponadto pokazali ograniczenie górne liczby chromatycznej dla grafów z tej klasy przez pewną funkcję liczby wierzchołków (przy ustalonej liczbie klikowej), a dla pewnej podklasy znaleźli asymptotycznie najlepsze takie ograniczenie. To ograniczenie jest najlepszym obecnie znanym ograniczeniem dolnym na liczbę chromatyczną w szerokiej klasie grafów przecięć krzywych na płaszczyźnie. Podobne, choć mniej kompletne, rezultaty uzyskali dla grafów nachodzeń prostokątów (wyniki dla szczególnego przypadku gdy liczba klikowa równa jest 2 zawarte są w pracy [B1]). Dowody tych wyników nie tylko wymagały rozwinięcia „metody on-line”, ale także nowych pomysłów oraz wykorzystania wcześniejszych wyników innych autorów (m.in. Felsnera oraz Sleatora i Tarjana).

Trzecia grupa prac (artykuły [C1] i [C2]) wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego dr. Krawczyka dotyczy grafów przecięć obiektów geometrycznych, przy czym w zbiorze tych obiektów jest zdefiniowany pewien naturalny częściowy porządek. Rozważane są trzy klasy takich grafów: grafy funkcyjne (będące grafami przecięć wykresów funkcji ciągłych określonych na przedziale  $[0, 1]$ ), grafy permutacji (będące grafami przecięć wykresów funkcji liniowych określonych na przedziale  $[0, 1]$ ) oraz grafy trapezowe (o nieco bardziej skomplikowanej definicji). Są to dobrze znane i zbadane klasy grafów. W szczególności dobrze znane są wielomianowe algorytmy rozpoznawania dla tych klas grafów. Habilitant wraz ze współautorami rozważa pewne uogólnienie problemu rozpoznawania tych grafów polegające na tym, że zadana jest pewna częściowa reprezentacja geometryczna tych grafów, a chodzi o to, aby

rozstrzygnąć czy ta częściowa reprezentacja daje się rozszerzyć do reprezentacji całego grafu. Tego typu problemy są badane od stosunkowo niedawna, ale jest już sporo wyników wpisujących się w ten nurt badawczy. Główne rezultaty zawarte w pracach [C1] i [C2] to znalezienie wielomianowych algorytmów rozwiązujących problem rozszerzania częściowych reprezentacji grafów w przypadku grafów funkcyjnych, grafów permutacji i grafów trapezowych. Algorytmy te są dość skomplikowane, a ich skonstruowanie wymagało niebanalnych pomysłów. Główny pomysł polega na odpowiednim wykorzystaniu modularnej dekompozycji grafu, opisanej przez Gallai jeszcze w roku 1967, do reprezentowania przechodnich orientacji grafu.

Podsumowując ocenę przedstawionego osiągnięcia naukowego dr. Krawczyka, uważam, że poziom naukowy wyników uzyskanych w omówionych siedmiu pracach jest bardzo wysoki. Dotyczą one znanych i uważanych za ważne problemów badanych od dłuższego czasu, również przez wybitnych naukowców pracujących w tej tematyce. Jak już wyżej wspomniałem, główne rezultaty uzyskane w pracach z pierwszej i drugiej grupy mają charakter przełomowy. Znacząco poprawiają wcześniejsze wyniki innych autorów. Ponadto uzyskano je przy pomocy nowatorskich metod. Rezultaty te zostały docenione przez międzynarodowe środowisko naukowe, o czym świadczą między innymi tytuły czasopism, gdzie zostały opublikowane. Są wśród nich dwa artykuły w czasopiśmie *Combinatorica*, dwa w *SIAM Journal on Discrete Mathematics* i jeden w *Discrete and Computational Geometry*. Wersje konferencyjne niektórych prac były prezentowane między innymi na tak prestiżowych konferencjach jak FOCS czy ICALP. Pewnym mankamentem omawianych prac jest fakt, że brak jest wśród nich artykułów napisanych samodzielnie przez Habilitanta (trzy prace mają dwóch autorów, trzy trzech, a jedna czterech). W tym kontekście istotna jest analiza wkładu dr. Krawczyka w powstanie poszczególnych prac. Zarówno Habilitant, jak i jego współautorzy przedstawili bardzo dokładny opis swoich wkładów. Z opisów tych wynika, że merytoryczny udział dr. Krawczyka był bardzo istotny (w szczególności, w przypadku każdej pracy nie mniejszy niż odwrotność liczby wszystkich autorów).

Pozostały dorobek publikacyjny dr. Krawczyka składa się z 10 prac. Część prac ([D1], [D5], [D6]) dotyczy tematyki rozwiniętej potem w osiągnięciu habilitacyjnym. Są to prace mające 6 - 7 autorów. Tematem częściowo przeglądowej pracy [D1] są podziały on-line częściowych porządków na łańcuchy, a prace [D5] i [D6] dotyczą kolorowań geometrycznych grafów przecięć.

Wśród pozostałych publikacji najważniejsze są trzy grupy prac. W cyklu

trzech artykułów [D2], [D3] oraz [D4] autorzy badają tzw. wymiar on-line częściowych porządków. Inspiracją była tu praca Kiersteada, McNulty'ego i Trottera z 1984 roku. Wspomniane trzy artykuły zawierają szereg wyników, które są rozwinięciem idei zawartych w tej pracy i poprawiają niektóre z zawartych tam rezultatów. Moim zdaniem są to bardzo ciekawe i niełatwe wyniki istotnie posuwające do przodu badania nad wymiarem on-line częściowych porządków.

W bardzo obszernej pracy [D7] autorzy zajmują się problemem rozszerzania częściowych reprezentacji grafów planarnych reprezentowanych w tzw. „modelu widoczności”. Autorzy pokazali, że problem istnienia takiego rozszerzenia jest NP-trudny oraz podali wielomianowy algorytm rozwiązujący ten problem w jego pewnej wersji.

Napisana wspólnie z Bartoszem Walczakiem praca [D8] dotyczy rozgrywanej liczby chromatycznej grafów nieporównywalności. Badania tego parametru prowadzone były przez wielu autorów w przypadku wielu klas grafów. Aby zdefiniować tę liczbę rozważa się grę, w której Alicja i Bob na przemian kolorują w sposób właściwy wierzchołki grafu, przy czym celem Alicji jest użycie jak najmniejszej liczby kolorów, a cel Boba jest przeciwny. Autorzy rozważają tzw. asymetryczną wersję tego problemu, w której w każdym ruchu Alicja koloruje  $a > 1$ , a Bob  $b > 1$  wierzchołków. Pokazują, między innymi, bardzo zgrabny wynik mówiący, że dla dowolnych stałych  $d$  i  $\omega \geq 2$ , jeśli  $a < 2b$ , to nie istnieje strategia Alicji prowadzącą do właściwego pokolorowania dowolnego grafu nieporównywalności o liczbie klikowej  $\omega$  co najwyżej  $d$  kolorami.

Pozostały dorobek publikacyjny dr. Krawczyka dopełniają dwie prace na temat algorytmicznych kodów kluczowych, które są pokłosiem jego pracy doktorskiej.

Podsumowując ocenę pozostałego dorobku publikacyjnego uważam, że wypada ona nieco gorzej od oceny osiągnięcia habilitacyjnego. Liczba opublikowanych prac nie jest duża, a ponadto wiele spośród nich ma licznych współautorów (nawet do sześciu). Przeciętnie prace te mają więcej niż czterech autorów. Z analizy dokumentacji wynika, że przeciętny wkład dr. Krawczyka w powstanie tych prac wynosił ok. 33 %. Mankamentem jest brak w całym dorobku publikacyjnym Habilitanta pracy napisanej samodzielnie. Wynika to zapewne z odpowiadającego mu stylu pracy, ale fakt ten nasuwa pytanie o jego samodzielność naukową.

Z drugiej strony zauważyć trzeba, że publikacje z pozostałego dorobku badawczego współautorstwa dr. Krawczyka prezentują bardzo dobry poziom



naukowy. Uzyskane wyniki dotyczą zagadnień uważanych za ważne w teorii grafów i kombinatoryce zbiorów częściowo uporządkowanych. Stanowią w wielu przypadkach istotny postęp w badaniach nad problemami będącymi w kręgu zainteresowania wielu wybitnych badaczy. Rezultaty te zostały opublikowane w dobrych i bardzo dobrych czasopismach z zakresu matematyki i informatyki teoretycznej. Są tu tej klasy periodyki co Journal of Combinatorial Theory, Discrete Computational Geometry, czy Algorithmica. Ponadto wśród współautorów Habilitanta, obok wielu młodych naukowców z jego macierzystej jednostki, są badacze o wysokiej międzynarodowej renomie (W. T. Trotter, S. Felsner, H. Kierstead, czy J. Kratochvíl).

O znaczeniu i docenieniu wyników dr. Krawczyka świadczy dobra cytowalność prac, których jest współautorem. Baza Web of Science odnotowała 62 cytowania (43 bez autocytowań), a indeks Hirscha wynosi 6.

Wśród innych istotnych osiągnięć Habilitanta wymienić trzeba fakt kierowania w latach 2016 - 2018 realizacją przyznanego przez NCN grantu Opus oraz uczestnictwo w realizacji kilku innych grantów krajowych. Był też aktywnym wykonawcą grantu EuroGIGA finansowanego przez European Science Foundation.

Pewien niedosyt budzi niezbyt duża, w kontekście jego osiągnięć naukowych, aktywność konferencyjna dr. Krawczyka. Swoje wyniki prezentował podczas jedynie 12 konferencji. Są jednak wśród tych wystąpień referaty podczas tak renomowanych konferencji jak ICALP i SIAM Conference on Discrete Mathematics (dwukrotnie).

Pewną słabością dorobku Habilitanta jest także brak dłuższego stażu naukowego w dobrym ośrodku zagranicznym. Odbił jedynie kilka krótkich wizyt naukowych w Stanach Zjednoczonych, Chinach i Niemczech.

Warto wspomnieć o sukcesach dr. Krawczyka w opiece naukowej nad studentami studiów magisterskich. Wyniki uzyskane w ramach prac magisterskich przez dwóch jego podopiecznych są lub będą opublikowane. Jedna z tych prac ukazała się w Journal of Combinatorial Theory.

Podsumowując, mimo małego niedosytu związanego z pewnymi aspektami aktywności naukowej, osiągnięcia naukowe dr. Krawczyka, a zwłaszcza przełomowe rezultaty uzyskane w ramach osiągnięcia habilitacyjnego (które bez wątpienia stanowią znaczny wkład w rozwój dziedziny będącej jej specjalnością naukową) w pełni uzasadniają moje zdecydowane poparcie wniosku o nadanie mu stopnia naukowego doktora habilitowanego.

Warszawa, 9 lipca 2018 r.