

dr hab. Daniel Wilczak
Wydział Matematyki i Informatyki UJ
ul. prof. Stanisława Łojasiewicza 6
30-048 Kraków

Kraków, 12 lipca 2018r.

**Recenzja osiągnięcia naukowego i dorobku naukowego
dra Pawła Pilarczyka w postępowaniu w sprawie
wniosku o nadanie stopnia doktora habilitowanego
nauk matematycznych w zakresie informatyki**

Klasyczna analiza numeryczna dostarcza metod badania zagadnień matematyki ciągłej za pomocą narzędzi informatycznych. Otrzymane wyniki obliczeń są na ogół obciążone błędami, spowodowanymi na przykład zaokrągleniami liczb zmiennoprzecinkowych, czy obcięciem w algorytmach iteracyjnych. Nawet stabilność algorytmu numerycznego nie daje gwarancji, że otrzymane rozwiązanie numeryczne nie różni się znacznie od dokładnego rozwiązania.

W ostatnich 30 latach nastąpił intensywny rozwój metod ścisłej analizy numerycznej, której korzenie sięgają połowy XX wieku. Obliczenia wykonywane są na zbiorach, najczęściej z wykorzystaniem arytmetyki przedziałowej lub afinicznej oraz zaadoptowanych algorytmów klasycznej analizy numerycznej, często wspartych analitycznymi oszacowaniami. Algorytmy ścisłej analizy numerycznej zwracają w wyniku obliczeń zbiory, o których można udowodnić, że zawierają (ciągle nieznane) dokładne rozwiązanie zadanego problemu. Do tych zbiorów można następnie zastosować narzędzia topologii algebraicznej. W ten sposób zagadnienia matematyki ciągłej są przekształcane na skończone struktury, takie jak grafy skierowane, kombinatoryczne rozkłady Morse'a, grupy homologii kostkowych, czy dyskretny indeks Conleya. Chociaż taka transformacja jest prawie zawsze stratna, to jej niewątpliwą zaletą jest możliwość pełnej lub znaczącej algorytmizacji. Ponadto otrzymana w wyniku obliczeń informacja topologiczna jest ścisła w matematycznym sensie, co pozwala dowodzić, że badane zagadnienie ciągle ma własności wynikające z otrzymanych niezmienników topologicznych.

Badania naukowe dra Pilarczyka wpisują się w ten aktualny i intensywnie rozwijany w ostatnich latach nurt, określany jako topologia i dynamika obliczeniowa. Dotyczą one opracowywania i implementacji nowych algorytmów obliczania niezmienników topologicznych oraz ich zastosowania do badania dynamiki wybranych modeli matematycznych, biologicznych i fizycznych. Przedstawione do oceny osiągnięcie naukowe składa się z ośmiu artykułów opublikowanych w latach 2005–2016 i oznaczonych w autoreferacie symbolami [H1]–[H8] oraz bardzo obszernego, publicznie dostępnego oprogramowania naukowego.

Omówienie prac [H1-H8].

Praca [H1]: K. Mischaikow, M. Mrozek, P. Pilarczyk, *Graph approach to the computation of the homology of continuous maps*, Found. Comput. Math., Vol. 5, No. 2 (2005), 199–229.

Oznaczmy przez $\Gamma_f \subset X \times Y \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ wykres odwzorowania ciągłego $f: X \rightarrow Y$, a przez p_f i q_f rzutowania z Γ_f na odpowiednio X oraz Y . Wtedy $f = q_f \circ p_f^{-1}$, a stąd homomorfizm indukowany w homologiach przez f można obliczyć jako złożenie $H_*(f) = H_*(q_f) \circ H_*(p_f)^{-1}$.

Autorzy pracy proponują efektywny algorytm obliczania homomorfizmu $H_*(f)$ w relatywnych homologiach kostkowych w sytuacji, gdy znane jest jedynie górnie półciągle odwzorowanie wielowartościowe $F: X \multimap Y$, które jest zewnętrznym przybliżeniem f . Takie postawienie problemu jest motywowane zastosowaniami, w których f jest generatorem pewnego układu dynamicznego z czasem dyskretnym lub odwzorowaniem przesunięcia o ustalony czas $\tau > 0$, w przypadku potoków. Chociaż obliczenie dokładnych wartości f jest na ogół niemożliwe, to istnieją efektywne algorytmy obliczające jego kombinatoryczną reprezentację w postaci grafu skierowanego \mathcal{F} , którego geometryczna realizacja $F(x) = \bigcup_{Q \ni x} |\mathcal{F}(Q)|$ ma ciągły selektor f .

Rzutowanie p_F na ogół nie jest odwracalne. Niemniej założenie acykliczności F pozwala udowodnić, że na poziomie homologii $H_*(p_F)$ jest izomorfizmem oraz

$$H_*(f) = H_*(F) = H_*(q_F) \circ H_*(p_F)^{-1}. \quad (1)$$

Najważniejszy wynik pracy to Algorytm 5.1, obliczający homomorfizm $H_*(f)$ za pomocą (1) oraz wstępnych algorytmów geometrycznych redukcji. Mają one na celu zmniejszenie rozmiaru wejścia dla głównego algorytmu obliczającego $H_*(F)$, co znacząco przyspiesza obliczenia oraz rozszerza obszar możliwych zastosowań Algorytmu 5.1 na przypadki, gdy liczba wierzchołków i krawędzi w \mathcal{F} jest bardzo duża.

W przedostatnim rozdziale pracy podano przykładowe zastosowanie Algorytmu 5.1 do badania dynamiki skończeniowymiarowego przybliżenia odwzorowania Kota-Shaffera modelującego wzrost i rozprzestrzenianie się roślin.

Praca [H2]: P. Pilarczyk, K. Stolot, *Excision-preserving cubical approach to the algorithmic computation of the discrete Conley index*, Topology Appl., Vol. 155, No. 10 (2008), 1149–1162.

Wyniki pracy stanowią bardzo cenne uzupełnienie algorytmu z [H1]. Można podać przykłady kombinatorycznych par indeksowych, których geometryczna realizacja nie spełnia własności wycinania, co uniemożliwia obliczenie odwzorowania indeksowego za pomocą algorytmu przedstawionego [H1]. Są to sytuacje rzadkie, niemniej pojawiające się przy wielkoskalowych obliczeniach (na przykład wieloparametrowej analizie układów dynamicznych na dużym obszarze przestrzeni fazowej).

Autorzy pracy zaadoptowali koncepcję indeksu Conleya nad przestrzenią (wprowadzoną dla sytuacji ciągłej przez Mrozka, Reinecka i Srzednickiego) do kontekstu kombinatorycznego.

Wymagało to postawienia stosownych definicji zbiorów dwuwarstwowych, wykazania, że nowo skonstruowana para spełnia własność wycinania oraz pokazania, że indeks Conleya dla nowej pary indeksowej pokrywa się z indeksem dla wejściowej pary indeksowej.

Powyższe wyniki teoretyczne są podstawą algorytmu obliczającego odwzorowanie indeksowe w ogólnym przypadku.

Praca [H3]: Z. Arai, W. Kalies, H. Kokubu, K. Mischaikow, H. Oka, P. Pilarczyk, *A database schema for the analysis of global dynamics of multiparameter systems*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst., Vol. 8, No. 3 (2009), 757–789.

Celem pracy jest podanie ogólnego schematu wieloparametrowej analizy układów dynamicznych za pomocą narzędzi topologicznych i informatycznych. Algorytm składa się z następujących kroków:

- ustalenie siatki (rozmiaru kostek) w przestrzeni fazowej oraz przestrzeni parametrów, co odpowiada rozdzielczości, z jaką będzie obserwowana dynamika układu;
- dla ustalonej kostki parametrów, obliczany jest kombinatoryczny rozkład Morse’a; Wynikiem obliczeń jest graf skierowany reprezentujący ogólny schemat dynamiki układu. Węzłami w grafie są kombinatoryczne zbiory Morse’a, a krawędziami są możliwe orbity łączące pomiędzy zbiorami Morse’a;
- obliczane są indeksy Conleya zbiorów Morse’a za pomocą algorytmów z [H1-H2];
- obliczany jest graf sprzęgający, który identyfikuje te zbiory Morse’a dla przylegających kostek parametrów, które mają niepuste przecięcie oraz niosą taką samą informację dynamiczną.

W wyniku powyższych obliczeń otrzymywana jest baza danych dynamiki układu widzianego w pewnej ustalonej rozdzielczości zarówno w przestrzeni fazowej, jak i w przestrzeni parametrów.

Jako przykład zastosowania opisanej metody autorzy poddali analizie model populacyjny Lesliego. Automatyczna klasyfikacja zidentyfikowała obszary o interesującej i złożonej dynamice, w tym prawdopodobną dynamikę chaotyczną oraz możliwe bifurkacje podwojenia okresu.

Praca [H4]: P. Pilarczyk, *Parallelization method for a continuous property*, Found. Comput. Math., Vol. 10, No. 1 (2010), 93–114.

Celem pracy jest opracowanie i implementacja równoległego algorytmu, który oblicza dolne oszacowanie na zbiór \mathcal{A}_∞ , którego elementy spełniają pewien predykat \mathcal{P} . Ze względu na zastosowania, które motywowały opracowanie tego algorytmu, zakłada się, że własność \mathcal{P} jest ciągła.

Algorytm na początku testuje własność \mathcal{P} dla wstępnie ustalonego (grubego) podziału dziedziny. W przypadku sukcesu, kostka jest zaliczana do zbioru $\mathcal{A} \subset \mathcal{A}_\infty = \{x : \mathcal{P}(x) = 1\}$, a jej wybrane wierzchołki oznaczane są jako dobre próbki. W przypadku braku sukcesu kostka jest zaszergowana do podpodziałów z uwzględnieniem informacji o dobrych i złych próbkach. Całością zarządza system rozproszonego szeregowania zadań, który może działać w niejednorodnym środowisku obliczeniowym.

Praca zawiera również dwa wyniki teoretyczne:

- podano oszacowanie na odległość Hausdorffa pomiędzy obliczonym zbiorem \mathcal{A} , a szukanym zbiorem \mathcal{A}_∞ ;
- wykazano, że złożoność algorytmu jest wykładnicza zarówno ze względu na wymiar, jak i stopień podpodziału, jednak w porównaniu do naiwnego podejścia polegającego na wykonywaniu obliczeń od razu w docelowej rozdzielczości, podstawa funkcji wykładniczej jest dwa razy mniejsza.

Praca [H5]: S. Luzzatto, P. Pilarczyk, *Finite resolution dynamics*, Found. Comput. Math., Vol. 11, No. 2 (2011), 211–239.

Praca zawiera bardzo ciekawe, oryginalne i ogólne podejście do badania pewnych własności układu dynamicznego widzianego w pewnej skończonej rozdzielczości. Zdefiniowano pojęcia obliczalności i spójności (consistency) dla własności w skończonej rozdzielczości. Główny wynik teoretyczny pracy, czyli Twierdzenie 2, daje kryterium dowodzenia, że dane odwzorowanie ma pożądaną własność dla wszystkich rozdzielczości większych niż ustalone $\varepsilon > 0$.

Twierdzenie 1 [H5, Theorem 2] *Jeśli własność \mathcal{P} jest spełniona dla pewnej reprezentacji \mathcal{F}_0 odwzorowania f , które mierzy f z dokładnością ε , to własność \mathcal{P} jest prawdziwa dla wszystkich innych reprezentacji $\mathcal{F} : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{U}$ odwzorowania f , o ile skończone pokrycie otwarte \mathcal{U} dziedziny ma wewnętrzną rozdzielczość co najmniej ε .*

Założenia tego twierdzenia sprowadzają się do sprawdzenia skończonej liczby silnych nierówności, a zatem dają się przekształcić w algorytm, który sprawdza, czy dane odwzorowanie f ma własność \mathcal{P} dla wszystkich rozdzielczości większych niż ε .

Następnie zdefiniowano pojęcia mieszania oraz tranzytywności w skończonej rozdzielczości oraz pokazano, że spełniają one ogólne aksjomaty obliczalności i spójności.

Jako zastosowanie powyższej teorii i algorytmów przeprowadzono komputerowo wspierany dowód następującego twierdzenia.

Twierdzenie 2 [H5, Theorem 1] *Odwzorowanie Hénona dla klasycznych wartości parametrów $a = 1.4$, $b = 0.3$ i zawężone do pewnego jawnie skonstruowanego otoczeniu atraktora jest mieszające i tranzytywne w sensie podanych wcześniej definicji dla wszystkich rozdzielczości większych niż 10^{-5} .*

Praca [H6]: E. Liz, P. Pilarczyk, *Global dynamics in a stage-structured discrete-time population model with harvesting*, J. Theoret. Biol., Vol. 297 (2012), 148–165.

Praca bardzo klarownie dzieli się na rozdziały napisane przez obu autorów. W części obliczeniowej zastosowane jest podejście z [H1–H3] do automatycznej analizy dynamiki pewnego dyskretnego układu dynamicznego. Model opisuje populację podzieloną na osobniki młode i dorosłe, przy czym w każdej iteracji obie grupy są uśmiercane (odławiane) z pewnym współczynnikiem (na przykład połów ryb albo uśmiercanie szkodników).

Ze względu na zastosowaną metodologię badań (skończona rozdzielczość obliczeń) podano nowe definicje efektu Hydry (zwiększenie współczynnika uśmiercania powoduje zwiększenie stabilnego stanu populacji) i efektu bąbla (zwiększenie współczynnika uśmiercania początkowo destabilizuje populację, ale dalsze jego zwiększanie powoduje przywrócenie stanu stabilnego). Metody automatycznej analizy dynamiki wypracowane w [H1–H3] pozwoliły zaobserwować nowe zjawiska w podanym układzie, wskazać zakresy parametrów, dla których one występują oraz ocenić od strony ilościowej efekty, których istnienie wcześniej udało się wykazać metodami analitycznymi.

Praca [H7]: D.H. Knipl, P. Pilarczyk, G. Röst, *Rich bifurcation structure in a two-patch vaccination model*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst., Vol. 14, No. 2 (2015), 980–1017.

Celem pracy jest analiza pewnego równania różniczkowego modelującego rozprzestrzenianie się choroby zakaźnej w populacji podzielonej na dwa obszary połączone transportem. W pierwszej części autorzy badają metodami analitycznymi stany równowagi układu oraz ich bifurkacje. Stosując podejście z [H1–H3] zlokalizowano stabilne i niestabilne zbiory rekurencyjne oraz możliwe orbity łączące. Adaptacja algorytmów z [H1–H3] do równań różniczkowych wymagała udowodnienia twierdzenia, które pozwala na obliczanie indeksu Conleya dla potoku na podstawie indeksu stroboskopowego odwzorowania przesunięcia o ustalony czas $\tau > 0$. Reszta metodologii jest tożsama z [H1–H3].

Praca [H8]: S. Harker, H. Kokubu, K. Mischaikow, P. Pilarczyk, *Inducing a map on homology from a correspondence*, Proc. Amer. Math. Soc., Vol. 144, No. 4 (2016), 1787–1801.

Praca zawiera nowe podejście do algorytmicznego obliczania homomorfizmu indukowanego w homologiach. Rozważane w pracach [H1–H2] odwzorowania górnice pólciągłe są uogólnione na relacje domknięte, nazywane *korespondencjami*. Wprowadzono pojęcie homomorfizmu indukowanego w homologiach dla korespondencji oraz pokazano, że jest on tożsamy z homomorfizmem jej dowolnego ciągłego selektora, o ile korespondencja jest homologicznie spójna. Wykazano również, że jeśli korespondencja (F, F') ma rozszerzenie (G, G') , dla którego f jest selektorem oraz (F, F') jest homologicznie zupełna, to homomorfizmy indukowane w homologiach dla f oraz (F, F') są tożsame. Pozwala to na bardziej efektywne obliczanie homomorfizmu f przy wykorzystaniu korespondencji (F, F') , która jest mniejsza niż (G, G') .

Ocena osiągnięcia naukowego.

Przedstawiony cykl artykułów składa się z prac opublikowanych w prestiżowych, bardzo dobrych oraz dobrych czasopismach (3xFoCM, 2xSIADS, Proc. AMS, Top. App, J. Theor. Biology). Wyniki wchodzące w skład osiągnięcia naukowego można podzielić na następujące kategorie:

1. teoria (definicje, twierdzenia), która jest podstawą konstruowania
2. nowych algorytmów obliczania wybranych niezmienników topologicznych, które
3. zostały zaimplementowane jako publicznie dostępne biblioteki w celu
4. wykazania ich potencjału w badaniu i analizie konkretnych modeli matematycznych.

Biorąc pod uwagę fakt, że dr Paweł Pilarczyk złożył wniosek o nadanie stopnia doktora habilitowanego w dyscyplinie informatyka, jako najważniejsze uważam wyniki zawarte w pracach [H1], [H2], [H5] oraz [H8].

Prace [H1,H2,H8] wprowadzają podstawy teoretyczne oraz nowe algorytmy obliczania pewnych niezmienników topologicznych. Stanowią one kluczowy składnik algorytmów automatycznej ścisłej analizy dyskretnych [H3] i ciągłych [H7] układów dynamicznych, które z powodzeniem zostały zastosowane do wybranych modeli biologicznych [H3,H6,H7,P14] oraz fizycznych [P16], czy też analizy obrazów [P1,P2].

Sama praca [H3] nie dostarcza istotnych wyników teoretycznych. Jedynie algorytm obliczania grafów sprzęgających stanowiący podstawę klasyfikacji grafów Conleya-Morse'a jest nowy. Bazując na znanych wcześniej algorytmach obliczania rozkładów Morse'a oraz niezmienników topologicznych zaproponowano ogólny schemat ścisłej analizy numerycznej układów dynamicznych. Największą wartością dodaną tej pracy jest *oprogramowanie*, które w zdecydowanej większości zostało zaimplementowane przez dra Pilarczyka. Publicznie dostępne biblioteki, które powstały w czasie badań związanych z pracami [H1-H8], liczą ponad 165 tysięcy linii kodu. Jest to raczej rzadko spotykana aktywność w środowisku naukowym, która oprócz doświadczenia w projektowaniu dużego oprogramowania i umiejętności czysto programistycznych, wymaga przede wszystkim szerokiej wiedzy domenowej i głębokiego zrozumienia matematycznego kontekstu implementowanych algorytmów. Biblioteka CHomP, stanowiąca część recenzowanego osiągnięcia naukowego, jest dobrze rozpoznawanym i szeroko stosowanym na świecie pakietem do obliczania homologii.

Pewnym mankamentem pracy [H7] oraz autoreferatu jest brak opisu sposobu doboru (chyba najważniejszego) parametru algorytmu $\tau > 0$, czyli czasu przesunięcia wzdłuż trajektorii dla potoku w celu otrzymania jego obrazu stroboskopowego. Wydaje się to dosyć technicznym problemem, jednak staje się kluczowe, gdy metoda ma być realnie zastosowana dla konkretnego modelu.

Praca [H5] jest nieco innej natury i jest moim zdaniem najciekawsza z punktu widzenia oryginalności podejścia, technik dowodowych i spójności całej teorii. Pokazuje ona również nietrywialne zastosowanie arytmetyki przedziałów otwartych, bardzo rzadko stosowanych w praktyce. Autorzy pracy zauważają, że własności układu dynamicznego widziane z pewnej odległości (skończona rozdzielczość) są często ważniejsze niż infinitesimalnie małe zjawiska, takie jak styczne homokliniczne, czy przyciągające orbity okresowe o skrajnie małych (w sensie relatywnej miary) basenach przyciągania.

Mam poważne zastrzeżenia do pracy [H4], która jest jedyną z cyklu ośmiu prac [H1-H8] napisaną bez współautorów. Podany algorytm sukcesywnego zwiększania rozdzielczości zalicza się do grupy Branch&Bound. Takie podejście jest dobrze znane od 25 lat – Kandydat odkrył ponownie algorytm SIVIA (Jaulin, L.; Walter, E. *Set inversion via interval analysis for nonlinear bounded-error estimation*, Automatica. 29 (4): 1053–1064, 1993; praca ma 200 cytowań według WoS). Zwiększanie rozdzielczości w algorytmie SIVIA określa się jako *subpavings*, a podpodziały mogą dotyczyć nie wszystkich współrzędnych jednocześnie (co w pracy [H4] jest zapewne motywowane oczekiwanym formatem wejścia dla dalszych obliczeń homologii), a wybranej podgrupy zmiennych, co jeszcze bardziej podnosi efektywność metody. Julin i Walter badają również odległość Hausdorffa pomiędzy zbiorem rozwiązań, a jego kostkowym przybliżeniem oraz podają złożoność obliczeniową algorytmu. W [H4] podkreślane jest to, że algorytm działa w rozproszonym środowisku obliczeniowym. Moim zdaniem jest to problem czysto techniczny, wymagający wprawdzie żmudnej, programistycznej pracy, ale nie zawierający istotnie nowych pomysłów, czy algorytmów. W związku z powyższymi uwagami, wyniki z [H4] trudno uznać za istotny wkład w rozwój dyscypliny. Warto również zauważyć, że artykuł [H4] ukazał się w prestiżowym *Foundations of Computational Mathematics* w 2010r., a wszystkie 5 cytowań tej pracy, to autocytowania.

Zaproponowane w [H3] podejście do badania układów dynamicznych zostało zauważone w środowisku naukowym, o czym może świadczyć spora liczba cytowań prac [H3] oraz [H6] (odpowiednio 39 i 27 według WoS). Również prace [H1] i [H2] dostarczające algorytmów obliczania homomorfizmu indukowanego w homologiach są cytowane odpowiednio 23 i 9 razy. Ostatnia z prac [H8] jest relatywnie nowa i doczekała się jak na razie 1 cytowania. Łączna liczba cytowań prac dra Pilarczyka według WoS, w dniu sporządzania tej recenzji, wynosi 268, w tym 206 bez autocytowań, a indeks Hirsha jest równy 8. Jest to wynik całkiem dobry, nawet gdy uwzględnimy fakt, że większość prac Habilitanta ma dwóch (lub więcej) współautorów.

Pomimo poważnych zastrzeżeń do pracy [H4] uważam, że przedstawione do oceny osiągnięcie naukowe spełnia ze sporym zapasem ustawowy wymóg, dotyczący istotnego wkładu w rozwój dyscypliny naukowej. Lektura oświadczeń współautorów prac [H1-H8] pozwala wyciągnąć wniosek, że udział dra Pilarczyka w powstaniu tych prac był co najmniej znaczący, a w części informatycznej artykułów często kluczowy.

Ocena aktywności naukowej.

Dorobek naukowy dra Pilarczyka po uzyskaniu stopnia doktora, oprócz omówionych wyżej prac [H1-H8], obejmuje 19 artykułów, w tym 11 w czasopismach indeksowanych w JCR, 4 w recenzowanych materiałach konferencyjnych indeksowanych w WoS oraz 5 w materiałach konferencyjnych nieindeksowanych w WoS. W większości są to dosyć obszerne prace (powyżej 20 stron, nierzadko powyżej 30 stron). Dr Pilarczyk publikuje średnio nieco ponad 1.5 publikacji na rok, a znaczna część prac jest na dobrym, a czasem bardzo dobrym poziomie.

Spośród artykułów nie włączonych do głównego osiągnięcia naukowego na uwagę zasługuje praca [P18] dotycząca algorytmów konstrukcji określonych na powierzchniach pól wektorowych, które mają pewne pożądane własności, takie jak występowanie określonej liczby punktów stacjonarnych o podanym typie, występowanie cykli i separatrys. Badania motywowane są zastosowaniami w grafice komputerowej, symulacjach cieczy oraz syntezie tekstur.

Ciekawa jest również praca [P16], w której analizowane jest pewne równanie różniczkowe w \mathbb{R}^3 , będące uproszczonym modelem ewolucji turbulentnej plazmy w polu magnetycznym. Wykorzystując algorytmy z [H3,H7] przeskanowano dwuwymiarową przestrzeń parametrów modelu w poszukiwaniu obszarów, dla których występują różne rodzaje i liczba atraktorów – na ogół punktów i cykli przyciągających.

Interesująca jest praca [P20], która nieco odbiega od głównego nurtu badań dra Pilarczyka. Dotyczy ona algorytmu obliczania oszacowania od góry na pewien niezmiennik topologiczny $D_r^m[f]$ odwzorowania f , który daje pewną informację o liczbie orbit r -okresowych funkcji w klasie homotopii odwzorowania f .

Dr Pilarczyk ma łatwość nawiązywania współpracy naukowej (łącznie 37 różnych współautorów), również ze specjalistami reprezentującymi inne dyscypliny naukowe, takie jak biologia czy fizyka. Był wykonawcą w grantach realizowanych w Polsce, Portugalii i Japonii oraz kierownikiem dwóch projektów realizowanych w Portugalii i USA.

Był członkiem komitetów naukowych 7 międzynarodowych konferencji. Bardzo długie są listy referatów wygłoszonych na konferencjach i seminariach oraz lista krótkich staży i wizyt naukowych. Dr Pilarczyk był recenzentem dla 11 czasopism indeksowanych w JCR.

Powyższe dane świadczą o stałej aktywności naukowej dra Pilarczyka.

Podsumowanie.

Na przedstawione do oceny osiągnięcie naukowe składa się osiem publikacji oraz bardzo obszerne oprogramowanie naukowe. Wybrany cykl publikacji dotyczy dobrze określonego zakresu tematycznego, jakim jest ścisła algorytmiczna analiza układów dynamicznych za pomocą metod topologicznych. Prace te są dobrze rozpoznawane i często cytowane, a wypracowane metody znajdują zastosowania do badania modeli biologicznych i fizycznych.

Habilitant był wykonawcą lub kierownikiem kilku projektów badawczych. Wielokrotnie prezentował wyniki badań na konferencjach i seminariach, regularnie recenzuje prace dla dobrych czasopism. Współpracuje z wieloma naukowcami z różnych dziedzin i z wielu ośrodków naukowych. O jego aktywności świadczą również bardzo liczne wizyty i staże naukowe.

Pomimo poważnych zastrzeżeń do artykułu [H4] uważam, że na każdym polu, które może podlegać ocenie w związku z wnioskiem o nadanie stopnia doktora habilitowanego, dr Paweł Pilarczyk wypada dobrze. Uważam, że oceniane osiągnięcie naukowe oraz aktywność naukowa dra Pawła Pilarczyka spełniają wymagania określone w artykule 16 Ustawy z dnia 14 marca 2003 o stopniach naukowych i tytule naukowych oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki. Dlatego popieram wniosek o nadanie doktorowi Pawłowi Pilarczykowi stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych w dyscyplinie informatyka.



Daniel Wilczak

