Dr hab. Janusz Wysoczański
Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego
pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław

Wrocław, 15.10.2012r.

Recenzja rozprawy habilitacyjnej doktora Zenona Jabłońskiego

1. Krótki życiorys naukowy.

Dr Zenon Jabłoński [redacted] Ukończył z wyróżnieniem studia magisterskie na Uniwersytecie Jagiellońskim: na kierunku matematyka w 1998r. a następnie (także z wyróżnieniem) na kierunku informatyka w 2001r. Następnie w 2002r. uzyskał doktorat z matematyki, także na Uniwersytecie Jagiellońskim i także z wyróżnieniem. Tematem doktoratu, napisanego pod kierunkiem prof. Jana Stochela, były 'Operatory hiperekspansywne'. Jest to tematyka, którą habilitant rozwija w różnych kierunkach od tego czasu aż do chwili obecnej, a można być pewnym, że na tym nie poprzestanie. W trakcie studiów oraz pracy zawodowej uzyskiwał prestiżowe stypendia naukowe i nagrody, m.in. Stypendium Naukowe PAN dla doktorantów i Nagrodę I Stopnia Rektora Uniwersytetu Jagiellońskiego. W 1997r. odbył miesięczny staż na Uniwersytecie w Zagrzebiu, a od 2004r. wielokrotnie odbywał miesięczne wizyty w Kyungpook National University w Daegu (Korea). Niewątpliwie trzy wspólne publikacje, wchodzace w skład rozprawy habilitacyjnej, są efektem tych wizyt. Trzeba podkreślić, że współpraca dra Zenona Jabłońskiego i prof. Jana Stochela z prof. Il Bong Jungiem (z Kyungpook National University w Daegu, Korea), zaowocowała powstaniem jeszcze dwóch prac (wspólnej z J. A. Kwakiem w Linear Algebra Appl. 2011 oraz wspólnej z P. Budzyńskim w J. Math. Anal. Appl. z 2012 i dwóch innych wysłanych do czasopism). Świadczy to o cennej umiejętności współpracy naukowej dra Jabłońskiego i jej ogromnej intensywności w ostatnich latach (pięć prac opublikowanych lub przyjętych do publikacji w latach 2011–2012, ponadto 3 dalsze wysłane do czasopism).

2. Omówienie i ocena wyników rozprawy.

Rozprawa habilitacyjna dr Zenona Jana Jabłońskiego zatytułowana jest

"Ciągi dodatnio i ujemnie określone w teorii operatorów"

i składa się z czterech publikacji, liczących w sumie 179 stron, w tym jednej indywidualnej oraz trzech wspólnych z Il Bong Jungiem i Janem Stochelem. Według oświadczeń wszystkich trzech współautorów (oświadczenia te są dołączone do materiałów habilitacyjnych) ich udział w powstaniu wspólnych prac jest równy (po 33,(3)%). Świadczy to moim zdaniem o bardzo dobrej współpracy i zaangażowaniu tych osób we wspólne badania naukowe. Według numeracji ze 'Spisu Publikacji' rozprawę habilitacyjną stanowią prace:

4. Z. J. Jabłoński, Hyperexpansive operator valued unilateral weighted shifts, *Glasgow Math. J.* 46 (2004), 405–416.
6. Z. J. Jabłoński, I. B. Jung, J. Stochel, Backward extensions of hyperexpansive operators, *Studia Math.* 173 (2006), 223–257.
11. Z. J. Jabłoński, I. B. Jung, J. Stochel, Weighted shifts on directed trees, *Mem. Amer. Math. Soc.*, 216, No. 1017 (2012), VIII+107 pp.
12. Z. J. Jabłoński, I. B. Jung, J. Stochel, A non-hyponormal operator generating Stieltjes moment sequences, J. Funct. Anal. 262 (2012), 3946–3980.

Prace te spełniają moim zdaniem kryterium bycia "jednotematycznym cyklem publikacji", wymaganym w Ustawie, ponieważ dotyczą jednolitej tematyki badania własności operatorów związanych z dodatnią i ujemną określonością generowanych przez nie specjalnych ciągów.

2.1. **Charakteryzacje operatorów poprzez ciągi dodatnio/ujemnie określone.** Omówienie rozprawy rozpocznę od krótkiego przedstawienia klas operatorów badanych przez habilitanta. W teorii operatorów niektóre ich klasy zostały scharakteryzowane przy pomocy ciągów dodatnio czy ujemnie określonych, a także ciągów całkowicie monotonicznych i całkowicie alternujących. W szczególności, dla danego operatora liniowego T na przestrzeni Hilberta H określonego na dziedzinie $\mathcal{D}(T) \subset H$, zdefiniujmy ciąg

$$\Theta_{T,n}(f) := \sum_{j=0}^{n}(-1)^j\binom{n}{j}\|T^jf\|^2, \quad \text{dla} \quad f \in \mathcal{D}(T^n).$$

Wówczas (dla $n \geq 1$):

- jeśli $\Theta_{T,n}(f) = 0$ (dla wszystkich $f \in \mathcal{D}(T^n)$), to operator T jest *n-izometrią*;
- jeśli $\Theta_{T,n}(f) \leq 0$ (dla wszystkich $f \in \mathcal{D}(T^n)$), to operator T jest *n-ekspansywnym*;
- jeśli $\Theta_{T,k}(f) \leq 0$ (dla wszystkich $f \in \mathcal{D}(T^k)$ i $k = 1, \dots, n$), to operator T jest *n-hiperekspansywnym*;
- jeśli $\Theta_{T,n}(f) \leq 0$ (dla wszystkich $f \in \mathcal{D}(T^n)$ i $n \in \mathbb{N}$), to operator T jest *całkowicie hiperekspansywnym*.

Podobnie operator T na przestrzeni Hilberta H jest subnormalny (czyli ma rozszerzenie normalne) wtedy i tylko wtedy gdy dla każdego wektora $f \in H$ ciąg $(\|T^nf\|^2)_{n=0}^{\infty}$ jest dodatnio określony. Jeśli założymy, że T jest kontrakcją, to jest on subnormalny wtedy i tylko wtedy, gdy każdy z powyższych ciągów jest całkowicie monotoniczny (czyli jest rozwiązaniem problemu momentów Haussdorfa = jest ciągiem momentów miary Borelowskiej na $[0, 1]$).

W analogii do relacji operatorów subnormalnych z ciągami dodatnio określonymi Athavale wprowadził w 1996 r. pojęcie operatorów całkowicie hiperekspansywnych, będących podobnie związanych z ciągami ujemnie określonymi.

Jak widać badanie własności operatorów subnormalnych czy (całkowicie) hiperekspansywnych jest związane z ciągami dodatnio czy ujemnie określonymi, jest więc w pełni uzasadnione użycie tych pojęć w tytule rozprawy habilitacyjnej przez dr Zenona Jabłońskiego.

2.2. **Omówienie pracy [4].** Praca [4] jest poświęcona badaniu własności operatorów postaci:

$$l^2(H) \ni (f_0, f_1, f_2, \dots) \mapsto (0, T_0f_0, T_1f_1, T_2f_2, \dots)$$

gdzie $T := (T_j)_{j=0}^{\infty}$ jest ciągiem operatorów liniowych ograniczonych na przestrzeni Hilberta H. Są to 'operatorowe przesunięcia ważone' z wagami operatorowymi $(T_j)_{j=0}^{\infty}$. Autor bada warunki, kiedy zadany operator dodatni odwracalny T_0 można rozszerzyć do operatorowego przesunięcia ważonego $T = (T_0, T_1, T_2, \dots)$, (złożonego z operatorów odwracalnych, wspólnie ograniczonych, spełniający dodatkowe warunki dodatniości kolejnych iloczynów – oryginalnego pomysłu Autora: $T_n \dots T_0 \geq 0$), które będzie 2-izometrią (czyli spełnia warunek $T^{*2}T^2 - 2T^*T + I = 0$). Autor otrzymuje charakteryzację takich rozszerzeń (Twierdzenie 3.3) przy założeniu (koniecznym) $T_0 \geq I$, przy czym otrzymany (jednoznacznie) ciąg $T = (T_0, T_1, T_2, \dots)$ składa się z przemiennych operatorów dodatnich (odwracalnych).

Podobnie rozważany jest problem uzupełnienia dwóch komutujących operatorów T_0 i T_1 do operatorowego przesunięcia wagowego $T = (T_0, T_1, T_2, \dots)$ (spełniającego warunki podobne jak wyżej), będącego operatorem całkowicie hiperekspansywnym. W tym przypadku otrzymany przez Autora opis, zawarty w Twierdzeniu 4.3, podaje równoważne warunki: $T_1 \geq I$ oraz $(T_1T_0)^2 - 2T_0^2 + I \leq 0$.

W końcowej części pracy Autor konstruuje przykłady przesunięć wagowych, ilustrujących różne możliwe dodatkowe aspekty uzyskanych charakteryzacji.

2.3. **Omówienie pracy [6].** Praca [6] jest poświęcona badaniu rozszerzeń całkowicie hiperekspansywnych operatorów przesunięcia z wagami liczbowymi do całkowicie hiperekspansywnych operatorów przesunięcia wagowego. W tym wypadku badane jest istnienie rozszerzenia 'wstecznego'. Mianowicie mając dany całkowicie hiperekspansywny operator przesunięcia W na l^2, z wagami (liczbowymi) $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2 \ldots > 0$,

$$W : (a_0, a_1, a_2, \ldots) \mapsto (0, \lambda_0 a_0, \lambda_1 a_1, \lambda_2 a_2, \ldots),$$

szuka się, przy ustalonym $k \in \mathbb{N}$, skończonego ciągu liczb dodatnich $(\lambda_{-k}, \ldots, \lambda_{-1})$, dla którego wagowe przesunięcie

$$W_{(k)} : (a_0, a_1, a_2, \ldots) \mapsto (0, \lambda_{-k} a_0, \lambda_{-k+1} a_1, \ldots, \lambda_{-1} a_{k-1}, \lambda_0 a_k, \ldots)$$

jest operatorem całkowicie hiperekspansywnym. Warunek całkowitej hiperekspansywności operatora W jest równoważny z istnieniem dodatniej miary Borelowskiej μ na odcinku $[0, 1]$, dla której

$$(\lambda_0 \lambda_1 \ldots \lambda_n)^2 = 1 + \int_0^1 (1 + x + x^2 + \cdots + x^n)\mu(dx). \tag{1}$$

W szczególności operator W jest 2-izometrią wtedy i tylko wtedy, gdy $\mu = c\delta_1$.

Dla $k = 1$ rozszerzenie całkowicie hiperekspansywnego przesunięcia wagowego W do operatora przesunięcia wagowego całkowicie hiperekspansywnego opisane zostało w Twierdzeniu 3.2, z wykorzystaniem reprezentaacji typu Lévy-Chinczyna. Jego uogólnieniem jest Twierdzenie 4.2, które mówi, że całkowicie hiperekspansywne przesunięcie wagowe W ma odpowiednie rozszerzenie całkowicie hiperekspansywne wtedy i tylko wtedy, gdy dla miary μ danej w warunku (1) zachodzi

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{x} + \ldots \frac{1}{x^k}\right) \mu(dx) < 1. \tag{2}$$

Dalej rozpatrywane są ogólne operatory całkowicie hiperekspansywne (niekoniecznie wagowe przesunięcia). Są one scharakteryzowane poprzez operatorową wersję Twierdzenia Lévy-Chinczyna: operator T ograniczony na przestrzeni Hilberta H jest całkowicie hiperekspansywny wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje (jedyna) dodatnia Borelowska miara operatorowa F_T na $[0, 1]$, dla której spełniony jest warunek

$$T^{*n}T^n = I_H + \int_0^1 (1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1})F_T(dx). \tag{3}$$

Do ogólnego przypadku dostosowana jest definicja całkowicie hiperekspansywnego k-wstecznego rozszerzenia operatora. Autorzy pokazuję, że takie rozszerzenie istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje miara operatorowa F_T, dla której spełniony (z dokładnością do drobnych modyfikacji) jest warunek

$$\int_0^1 \left(\frac{1}{x} + \ldots \frac{1}{x^k}\right) F_T(dx) < I_H.$$

2.4. **Omówienie pracy [11].** Praca [11] jest zdecydowanie najdłuższą w cyklu przedstawionym do habilitacji (107 stron), jak również opublikowaną w czasopiśmie o największym współczynniku *impact factor* (IF=2,378) wsród wszystkich publikacji habilitanta. Wprowadzone jest w niej pojęcie przesunięcia wagowego (z wagami liczbowymi) na drzewie skierowanym. W przypadku naturalnego drzewa skierowanego zbioru $\mathbb{N}$ liczb naturalnych definicja ta pokrywa się z klasycznym przesunięciem wagowym. W pracy badane są własności takich operatorów, w szczególności ich hiponormalność i ko-hiponormalność (czyli hiponormalność sprzężenia), subnormalność czy całkowita hiperekspansywność. Własności te są opisywane przy pomocy odpowiednich własności zadanych wag oraz rozważanych drzew. Pokazane jest na przykład, że wagowe przesunięcie na drzewie skierowanym jest operatorem cyrkularnym. Pokazano, kiedy taki operator jest izometrią, kiedy jest zwarty, a także kiedy jest w klasie Schattena $\mathcal{S}_p$ (dla $p \geq 1$). Opisano też operator sprzężony do wagowego przesunięcia na drzewie skierowanym, szczegółowo omówione są związki pomiędzy dziedzinami rozważanych operatorów. Zilustrowane to jest również konstrukcjami przykładów. Rachunki te są zarówno pomysłowe, jak i obszerne oraz wymagające precyzji rozumowania. Dalej scharakteryzowane zostały wagowe przesunięcia na drzewach skierowanych, będące operatorami Fredholma. Subnormalność operatora wagowego przesunięcia S na drzewie skierowanym opisana jest poprzez dodatnią określoność ciągu $(\|S^n e_u\|^2)_{n=0}^{\infty}$, dla dowolnego wektora e_u bazy standardowej w $\ell^2(V)$ ($u \in V$ jest wierzchołkiem drzewa). Podobnie, całkowita hiperekspansywność wagowego przesunięcia S na drzewie skierowanym jest równoważna temu, że ciąg $(\|S^n e_u\|^2)_{n=0}^{\infty}$, dla dowolnego wektora e_u bazy standardowej w $\ell^2(V)$, jest całkowicie alternujący.

2.5. **Omówienie pracy [12].** Praca [12] jest poświęcona badaniu operatorów hiponormalnych, czyli gęsto określnych operatorów T na przestrzeni Hilberta H, które spełniają warunek $\|T^*f\| \leq \|Tf\|$ dla $f \in D(T) \subset D(T^*)$. Motywacją tej pracy jest twierdzenie Lamberta z 1976 r. podające charakteryzację ograniczonych operatorów subnormalnych jako takich, które generują ciągi momentów Stieltjesa (czyli że dla każdego $f \in H$ oba ciągi $(\|T^n f\|^2)_{n\geq 0}$ oraz $(\|T^{n+1} f\|^2)_{n\geq 0}$ są dodatnio określone). Autorzy konstruują przykład operatora, który nie jest hiponormalny (a więc nie jest też subnormalny), ale generuje ciągi momentów Stieltjesa. Operator ten jest wagowym przesunięciem na drzewie skierowanym. Konstrukcja daje się także zrealizować w postaci operatora złożenia (postaci $f \mapsto f \circ \varphi$) na przestrzeni typu L^2. Dzięki temu Autorzy uzyskują przykład pokazujący, że charakteryzacja subnormalnych operatorów złożenia, podana przez Lamberta, przestaje być prawdziwa dla operatorów nieograniczonych. Głównymi narzędziami w tych konstrukcjach są specjalne własności ciągów związane ze zdeterminowanym i niezdeterminowanym problemem momentów Stieltjesa i Hamburgera (t.zw. ciągi S-(nie)zdeterminowane oraz H-(nie)zdeterminowane). Do ich badania Autorzy używają własności miar N-ekstremalnych (czyli takich, dla których wielomiany są gęste w L^2), a szczególnie takich, które pochodzą od rozszerzeń Kreina i Friedrichsa operatora mnożenia przez zmienną niezależną, na przestrzeni wielomianów od tej zmiennej, z iloczynem skalarnym zadanym przez ciąg S-niezdeterminowany.

3. Ocena dorobku naukowego.

Dr Zenon Jabłoński jest autorem bądź współautorem 14 prac matematycznych (i jednej informatycznej) opublikowanych lub przyjętych do publikacji (13 wg MathSciNet, który nie uwzględnia jeszcze pracy przyjętej do *Complex Analysis and Operator Theory*, wspólnej z I. B. Jungiem i J. Stochelem). Prace te opublikowane są w dobrych i bardzo dobrych czasopismach, o uznanej renomie międzynarodowej, takich jak: *Memoirs of the American Mathematical Society, Journal of Functional Analysis, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Linear Algebra and its Applications, Journal of the London Mathematical Society, Studia Mathematica, Glasgow Mathematical Journal, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Integral Equations and Operator Theory* czy *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*.

Publikacje dr Jabłońskiego poświęcone są badaniom różnych uogólnień pojęcia normalności operatorów na przestrzeni Hilberta. W tytułach tych publikacji najczęściej pojawiają się pojęcia operatorów *hiperekspansywnych i całkowicie hiperekspansywnych, subnormalnych*, badane problemy dotyczą ich rozszerzeń, własności spektralnych, ponadto konstrukcji operatorów wagowych przesunięć, działających w szczególności na drzewach skierowanych. W pracach tych dr Zenon Jabłoński (często ze współautorami) głęboko wnika w rozważane problemy, stosując wyrafinowane metody teorii operatorów oraz kombinatorycznej teorii grafów (głównie drzew skierowanych). Prace są pisane bardzo precyzyjnym i zwięzłym językiem, jednak przy ogromnej ilości opisywanych własności niekiedy czytelnik może się poczuć zagubiony ilością odnośników i odsyłaczy, użytych przy opisie jakiegoś właśnie skonstruowanego ważnego przykładu. Jest to tylko moje odczucie, odnoszące się wyłącznie do formy przedstawiania swoich osiągnięć przez habilitanta (i jego współautorów). Nie mam natomiast zastrzeżeń merytorycznych do publikacji habilitanta.

Oceniając dorobek naukowy dra Zenona Jabłońskiego stwierdzam, że stanowi on niewątpliwie znaczny wkład w rozwój teorii operatorów (ograniczonych i nieograniczonych), szczególnie w badanie klas operatorów hiperekspansywnych oraz subnormalnych, hiponormalnych czy paranormalnych. Prace habilitanta publikowane są w renomowanych czasopismach matematycznych, głównie zagranicznych, ale także w Studia Mathematica, i w sposób istotny cytowane.

Dodatkowo, na podstawie dostępnych źródeł internetowych, można obliczyć różne wskaźniki, które obecnie służą ocenie pracy naukowej. Są to w szczególności *"impact factor"*, indeksy cytowań oraz t.zw. indeks Hirscha. W mojej opinii nie są one zbyt miarodajnym wskaźnikiem wartości naukowej publikacji matematycznych, niemniej ich uwzględnienie jest wymagane w Rozporządzeniu MNiSW z 14.09.2011r. W przypadku dorobku naukowego dr Zenona Jabłońskiego przedstawiają się one następująco:

- Sumaryczny *impact factor*
  (1) publikacji do habilitacji: **4,682**
  (2) wszystkich publikacji: **11,68**
- Indeks Hirscha: **4**
- Liczba cytowań wg Web of Knowledge:
  (1) łączna: **45**
  (2) bez autocytowań: **22**
- Liczba cytowań wg MathSciNet: **45 (przez 13 autorów)**

Liczby te można traktować jako dodatkowe potwierdzenie, że habilitant jest bardzo dobrym matematykiem i jego osiągnięcia są dostrzegane przez społeczność matematyczną.

4. Ocena aktywności naukowej

Szczególnie godna podkreślenia jest bardzo duża aktywność naukowa dra Zenona Jabłońskiego w ostatnich kilku latach, a także umiejętność współpracy naukowej. Jak już wspomniałem na wstępie, w latach 2011-2012 powstało 8 prac naukowych (5 przyjętych/opublikowanych, 3 wysłane), w których współautorem jest dr Zenon Jabłoński. Współautorami w każdej z nich są także I. B. Jung i J. Stochel, poza nimi współautorami są A. Kwak (w jednej) oraz P. Budzyński (w trzech).

W latach 2003–2012 dr Zenon Jabłoński brał udział w realizacji trzech grantów naukowych (KBN i MNiSW): dwóch trwających po dwa lata i jednym dwuletnim.

Dr Zenon Jabłoński w latach 2001–2010 wygłosił 12 referatów na międzynarodowych konferencjach matematycznych. Były to konferencje z teorii operatorów i analizy funkcjonalnej, odbywały się wielokrotnie w Krakowie i Nemecku na Słowacji, a także w Timosoarze w Rumunii (2 razy) oraz w Warszawie i Będlewie.

Ponadto w latach 2001–2002 wygłosił referaty na dwóch konferencjach z informatyki, dotyczących algorytmów genetycznych. Wydaje się więc, że habilitant posiada ciekawe horyzonty zainteresowań naukowych.

Habilitant uczestniczył w Komitecie Organizacyjnym konferencji *Functions and Operators* w 2010 r. w Krakowie.

Za swoją działalność naukową dr Zenon Jabłoński otrzymał w 2011r. Nagrodę I stopnia Rektora Uniwersytetu Jagiellońskiego.

5. Ocena dorobku dydaktycznego

Dr Zenon Jabłoński brał udział w co najmniej 14 konferencjach matematycznych i informatycznych (krajowych i zagranicznych) – na tylu w każdym razie wygłosił referaty, uczestniczył w realizacji 3 projektów naukowych krajowych (grantów MNiSW). Ponadto opiekował się 37 pracami dyplomowymi inżynierskimi z zakresu informatyki oraz 3 magisterskimi z matematyki.

Habilitant uczestniczył także w projekcie *Młodzieżowe Uniwersytety Matematyczne*, współfinansowanym ze środków Unii Europejskiej w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki, w którym prowadził zajęcia w szkołach średnich.

Dr Jabłoński brał też jednokrotnie udział w pracach komisji rekrutacyjnej Instytutu Matematyki UJ oraz takiej komisji w Instytucie Technicznym PWSZ w Nowym Sączu. Ponadto przygotowywał egzamin wstępny na kierunek Informatyka Stosowana w Instytucie Fizyki UJ.

Habilitant odbył 9 staży zagranicznych: jeden w Zagrzebiu (4 tygodnie) i osiem w Daegu (łącznie 25 tygodni).

W ramach swoich obowiązków dydaktycznych dr Zenon Jabłoński prowadził wykłady (często także ćwiczenia i laboratoria) z Metod Numerycznych, Sztucznej Inteligencji, Narzędzi Informatyki, Metod Optymalizacji, Matematyki Dyskretnej, Algorytmów i Struktury Danych, Informatyki, Algebry Liniowej z Geometrią, Analizy Matematycznej, Analizy Funkcjonalnej, Teorii Miary i Całki, Topologii, Teorii Mnogości oraz z Teorii Operatorów w Przestrzeni Hilberta.

Habilitant otrzymał także Nagrodę III stopnia Rektora Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej, jednak nie podaje czego ona dotyczyła.

Ponadto dr Zenon Jabłoński recenzował prace w renomowanych czasopismach matematycznych: Studia Mathematica, Journal of Functional Analysis, Integral Equations and Operator Theory, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, Operator Theory Advances and Applications i Biuletyn PAN.

6. Konkluzja

Podsumowując **stwierdzam, że dr Zenon Jabłoński spełnia w sposób niezwykle przekonujący wymagania Ustawy** *o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki* z 14 marca 2033r. ze zmianami z 18 marca 2011r. oraz Rozporządzenia MNiSW z 22 września 2011r., **w zakresie ubiegania się o nadanie stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych i wnoszę o nadanie mu tego stopnia**.

Janusz Wysoczański