

Recenzja rozprawy doktorskiej p. Piotra Kopacza
„*Zermelo navigation problem
in geometric structures*”

Paweł Walczak
Katedra Geometrii, Uniwersytet Łódzki

Problem nawigacyjny Zermelo, któremu poświęcona jest recenzowana rozprawa doktorska można pokrótce sformułować tak: Mając dane dwa punkty A i B położone w pewnym obszarze D , w którym działa pewna siła zewnętrzna (wiatr, prądy morskie itp.) znaleźć drogę, która pozwala danemu obiektowi (statek, samolot, *dron* itp.) przebyć drogę od A do B w najkrótszym czasie. Problem ten, sformułowany pierwotnie (ok. roku 1930-ego) przez E. Zermelo na płaszczyźnie euklidesowej był w dalszych latach uogólniany na wyższe wymiary czy ogólne rozmaitości riemannowskie, a ostatnio stał się "modny" przede wszystkim dzięki spektakularnej pracy [BRS] D. Bao, C. Robles, Z. Shen, *Zermelo navigation on Riemannian manifolds*, J. Diff. Geom. **66** (2004), 391 – 449. W pracy tej do rozwiązania problemu nawigacyjnego użyto *geometrii Finslera* i jej szczególnego przypadku: *geometrii Randersa*. Krótko mówiąc, pokazano tam – przy założeniu, że nasz obiekt napędzony jest stałą siłą, a oddziałująca nań siła zewnętrzna jest istotnie mniejsza (co do normy) od napędu, innymi słowy, że "wiatr jest stosunkowo słaby" – że rozwiązanie problemu nawigacyjnego na dowolnej rozmaitości riemannowskiej dają linie geodezyjne pewnej metryki Randersa, a każda metryka Randersa pochodzi od pewnego riemannowskiego problemu nawigacyjnego.

Rozprawa doktorska Piotra Kopacza poświęcona jest rozwiązaniu problemu uogólnionego: Autor dopuszcza zmienną prędkość własną (moc silnika) poruszającego się obiektu oraz zakłócenie siły zewnętrznej w czasie podróży. Rozważa też przypadek "wiatru krytycznego", tzn. siły zewnętrznej równej (znowu, co do normy) sile wewnętrznej poruszającej obiekt. Oprócz nawigacji w dziedzinie rzeczywistej (riemannowskiej), Autor rozważa też problem skompleksyfikowany (w dziedzinie hermitowskiej). W rozprawie można wyróżnić część teoretyczną i jej zastosowania do konkretnych przykładów,

z których niektóre mogą – w moim odczuciu – mieć "prawdziwe" zastosowania praktyczne. Rozprawa jest obszerna (ca. 190 stron), napisana w języku angielskim, zilustrowana wieloma (ok. 80-cioma), często barwnymi, rysunkami, składa się pięciu rozdziałów, wstępu, streszczenia (w dwu językach: angielskim i polskim), obszernej (119 pozycji) bibliografii i paru innych uzupełnień (wykaz symboli, wykaz rysunków itp.). Moim zdaniem, całość opracowana jest bardzo starannie, a drobne i nieliczne usterki redakcyjne nie zasługują na to by je tu wymieniać czy opisywać.

Wstęp zawiera szczegółowy i wielce interesujący (również z literackiego punktu widzenia) opis historii problemu nawigacyjnego oraz dobrze zredagowany i przydatny przy czytaniu tak obszernej pracy przegląd metod i wyników rozprawy.

Pierwsze **rozdziały rozprawy** zawierają główne wyniki teoretyczne. W rozdziale 1 znajdujemy m. in. twierdzenie 1.10 będące uogólnieniem wspomnianego tu wcześniej wyniku Bao-Robles-Shen'a oraz twierdzenie 1.2.10 będące zespolonym odpowiednikiem tego poprzedniego. W rozdziale tym problemem nawigacyjny traktowany jest – wg słów Autora – metodami „czysto geometrycznymi”, tj. – jeśli dobrze rozumiem – analogicznymi do tych z pracy [BRS]. W rozdziale 2 autor zmienia podejście do problemu nawigacyjnego: traktuje go jako "zwykły" problem wariacyjny i wyprowadza stosowne równanie Eulera-Lagrange'a (twierdzenie 2.1.10). W rozdziale 3 Autor dokonuje porównania wyników otrzymanych w rozdziałach poprzednich dwoma różnymi metodami. Rozdział 4 poświęcony jest dokładnemu przebadaniu szczególnych strategii nawigacyjnych: loksodromicznej czy zwanej tu po angielsku „single-heading” (polskiego odpowiednika tego terminu niestety nie znam). Wreszcie, rozdział 5 zawiera najistotniejsze praktyczne zastosowania wyników teoretycznych związane – na przykład – z przeszukiwaniem obszarów przy pomocy tzw. *dronów* w ramach morskich lub lądowych operacji ratunkowych.

W moim odczuciu, **konkretne przykłady** są tu – nie umniejszając nic wartości wyników teoretycznych – najistotniejszą i najciekawszą częścią rozprawy. Przewijają się one praktycznie przez całą rozprawę, są opatrzone szczegółowymi rachunkami i zilustrowane wieloma rysunkami, wykresami i tabelami. Niektóre z nich opisują wyniki dla mnie zupełnie nowe i zaskakujące czy – przynajmniej – nieoczekiwane.

Znaczna część wyników rozprawy została już **opublikowana** w dobrych czasopismach naukowych (*Diff. Geom. and Appl.*, *J. Geom. Mech.* itd.). Wyniki były też prezentowane na kilkunastu seminariach i konferencjach naukowych w kraju (m. in. w Łodzi, co pozwoliło mi opracować niniejszą recenzję w stosunkowo krótkim czasie) i za granicą (m. in. w Izraelu, czego

byłem „naocznym” świadkiem).

Konkludując stwierdzam, że rozprawa doktorska p. Piotra Kopacza spełnia wszelkie warunki ustawowe i zwyczajowe stawiane takim rozprawom z matematyki, wnoszę więc o dopuszczenie jej do publicznej obrony.

Uważam też, że recenzowana rozprawa zasługuje – zarówno ze względu na (interesującą i aktualną) tematykę, ogrom włożonej pracy jak i jej (tej pracy) efekty tak teoretyczne jak i aplikacyjne – na **wyróżnienie** i taki wniosek poddaję pod rozważenie Radzie Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Łódź, 30 czerwca 2018 roku

Paweł Włodarczyk

