

Piotr Kopacz

Problem nawigacji Zermelo w strukturach geometrycznych

Streszczenie

Rozprawa poświęcona jest uogólnionemu problemowi nawigacji Zermelo. Podejście jest czysto geometryczne i wariacyjne. Pierwsze rozważa problem w rzeczywistej i zespolonej geometrii Finslera na dowolnej rozmaitości Riemanna i Hermite'a, z użyciem metryk Randersa i Kropina. Drugie podejście wykorzystuje równania Eulera-Lagrange'a, z wyjściową metryką Riemanna lokalnie konforemną do euklidesowej. Nawiązawszy do pierwszych prac dotyczących problemu, podany zostaje ogólny warunek na optymalną nawigację. Dopuszcza on zmienną w czasie i przestrzeni prędkość własną statku jak i zakłócenia niezależnie od wyjściowych danych nawigacyjnych. Z uzyskanego warunku otrzymujemy także znane wcześniej wyniki dla szczególnych przypadków nawigacji Zermelo. Dość niespodziewanie obserwujemy różnice w obliczeniach z paroma klasycznymi pracami, które wyjaśniamy. Następnie pokazane są relacje pomiędzy obydwoma podejściami. Porównanie rozwiązań zawarte jest w przykładzie z elipsoidą obrotową przy działaniu słabego wiatru rotacyjnego. Ujęcie problemu wykorzystujące pojęcia nawigacyjne prowadzi do uzyskania prostych zależności między geodezyjnymi Riemanna i Finslera, w tym związku z relacją Clairaut i problemem kolizji. Ponadto omówione są uogólnienia strategii nawigacyjnych, tj. stałego kursu rzeczywistego statku, loksodromiczna i zorientowana na punkt docelowy. Wprowadzone są pojęcia stref prędkości wypadkowej i neutralnego wiatru. Na koniec przedstawione jest modelowanie i zastosowania rzeczywiste, które dotyczą wzorców poszukiwań, trajektorii powrotnych i nawigacji zwierząt.



Piotr Kopacz

Zermelo navigation problem in geometric structures

Abstract

In this thesis the generalized Zermelo navigation problem is discussed. The approach is purely geometric and variational. The former is developed in real and complex Finsler geometry on arbitrary Riemannian and Hermitian manifolds, with application of Randers and Kropina metrics. The latter makes use of the Euler-Lagrange equations with the background Riemannian metric locally conformal to Euclidean. The initial contributions coming from the genesis of the problem are revisited and the general condition for optimal navigation is obtained. This admits varying in space and time speeds of both ship and perturbation, independently from navigation data. For consistency, the results for special cases of Zermelo's problem are rediscovered and surprisingly some discrepancies are observed, and clarified. Next, relations between both approaches are shown. This is followed by the case study including time-optimal paths on an ellipsoid of revolution under weak rotational vector field. The navigational treatment leads to some simple relations between the background Riemannian and resulting Finsler geodesics including the connections with Clairaut's relation and a collision problem. Also, the generalizations of navigation strategies are studied. This covers the generalized single-heading and loxodromic navigations, and a goal orientation strategy. The concepts of absolute speed zones and neutral wind are introduced. The last chapter is dedicated to modelling and real world applications including search patterns, teardrop turns (return trajectories) and animal navigation during migration in flows.

