

Opinia o rozprawie doktorskiej mgra Krzysztofa Turka

pt. „Wycena opcji na rynku niepłynnym”

Przedstawiona rozprawa doktorska dotyczy stochastycznych interpretacji rozwiązań pewnych równań parabolicznych. Główny wynik pracy to pokazanie istnienia rozwiązań semiliniowego równania parabolicznego jako punktu stałego odwzorowania wynikającego z uogólnionego wzoru Feynmana Kaca. Jest ono poprzedzone możliwie ogólnymi warunkami zapewniającymi regularność formuły pochodzącej z wzoru Feynmana Kaca i spełnianie przez nią liniowego równania parabolicznego z warunkiem brzegowym. Istnienie rozwiązania semiliniowego równania parabolicznego jest pokazane najpierw dla przypadku funkcji wklęsłej przy liniowym wyrazie. Wtedy rozwiązanie dostajemy poprzez iterację wzoru Feynmana Kaca. Tworzymy bowiem ciąg malejący ograniczony od dołu. Do dowodu głównego wyniku pracy mówiącego o istnieniu punktu stałego bez założenia wklęsłości stosowane jest uogólnienie nierówności Gronwalla zwane nierównością Bihariego LaSalle’a. Istnienie punktu stałego jest pokazane za pomocą twierdzenia Schaudera dla przestrzeni lokalnie zwartych z odwzorowaniem zawężonym do odpowiedniego zbioru. Uzyskane wyniki dotyczące stochastycznych interpretacji rozwiązań parabolicznych równań semiliniowych są następnie wykorzystywane do wyceny opcji na rynku niepłynnym z dodatkowym wypukłym kosztem (dokładnie w pracy kwadratowym) za transakcję, który odpowiada za brak płynności rynku (to jest czego nie pisze autor, możliwe zmiany ceny np. ich wzrost w przypadku większych zakupów). W ten sposób zagadnienie zabezpieczenia kwadratowego z dodatkowym kosztem za brak płynności sprowadza się do minimalizacji funkcjonału (3.1.16). Prowadzi to z kolei do równania Bellmana Hamiltona Jacobiego postaci (3.2.4), które po podstawieniu optymalnej strategii sprowadza się do semiliniowego równania parabolicznego (3.2.27). Rozwiązanie tego ostatniego równania dostajemy rozwiązując układ trzech równań parabolicznych z których istnienie rozwiązania pierwszego równania wynika ze wspomnianego powyżej głównego wyniku pracy. Daje to nam optymalną strategię przy pewnych założeniach na proces cen i cenę opcji. Pozostaje zatem sprawdzenie spełnienia założeń dla modeli CEV i SABR, z których tylko pierwszy jest dokładniej opisany w pracy. Sprawdza się to do pokazania między innymi istnienia momentów rozwiązań odpowiednich równań stochastycznych. Do tego celu autor stosuje rezultat z pracy Andersena i Piterbarga z 2007 roku. W przypadku modeli CEV spełnienie założeń pokazuje się wtedy szybko. W

przypadku modelu SABR wymagana jest dalsza analiza stochastycznej volatility.

Uzyskane w doktoracie wyniki są ciekawe i wartościowe. Autor wykazuje się dobrą znajomością równań cząstkowych i niezłą wprawą w analizie stochastycznej. Pracę tą oceniałbym bardzo dobrze gdyby nie szereg niedociągnięć w stylu i sposobie spisania wyników.

Konstrukcja samej pracy jest dość dyskusyjna. W każdym razie tytuł rozprawy nie odzwierciedla jej zawartości. Model rynku niepełynnego pojawia się na końcu pracy jako przykład zastosowania uzyskanych wyników z pogranicza równań cząstkowych i stochastyki.

Autor swoją wiedzę z analizy stochastycznej opiera na książce Ikedy Watanabe, które to ograniczenie jest dość dyskusyjne. W tej książce mylnie nawias skośny nazywa się kwadratowym wahaniem, podczas gdy jest nim nawias kwadratowy.

Definicja 1.10 jest niepoprawna bo w definicji nawiasu skośnego, który jest kompensatorem nawiasu kwadratowego, powinno by dodane wymaganie prognozowalności (jak w książce Ikedy Watanabe). Poza tym niektóre luźne sformułowania w pracy są dość dyskusyjne, jak określenie rynku niepełynnego zaraz na początku pracy.

Praca jest napisana generalnie bardzo niechlujnie. Na każdej stronie jest wiele błędów drukarskich i stylistycznych. Ażeby nie być gołosłownym: nazwisko Wienera pojawia się często jako Winner, Burkholder jako Burkhollder, czy też warunek Holedera, „X jest rozwiązaniem Stochastycznego”, „nawias skośny i wahanie skończone lokalnym martyngałów” itd. W zasadzie w większości definicji i sformułowań są stylistyczne błędy, wzbudzające wątpliwość czy doktorant zdał maturę z języka polskiego. W definicjach używa się symboli i oznaczeń wcześniej nie zdefiniowanych. Wprowadzanie w niektórych opisach pierwszej osoby liczby pojedynczej też jest stylistycznie niepoprawne. W pracy nigdzie nie jest napisane co znaczą symbole CEV i SABR.

Resumując, słaby sposób spisania pracy zdecydowanie obniża ocenę rozprawy doktorskiej i jego czytelność. Uzyskany wynik jest na pewno wartościowy i matematycznie ładny. Tym niemniej **nie mam wątpliwości, że przedstawiona rozprawa doktorska spełnia wszelkie ustawowe wymagania i dlatego wnoszę o dopuszczenie doktoranta do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**