Dr hab. Piotr Koszmider,
Instytut Matematyczny,
Polskiej Akademii Nauk.

22 kwietnia 2013r.

# RECENZJA ROZPRAWY HABILITACYJNEJ DR ANNY PELCZAR-BARWACZ PT. "O TYPACH MINIMALNOŚCI I OPERATORACH ŚCIŚLE SINGULARNYCH W PRZESTRZENIACH BANACHA" I OCENA JEJ DOROBKU

## 1. Tematyka rozprawy habilitacyjnej

Głównym tematem badań przedstawionych w cyklu pięciu prac stanowiących rozprawę habilitacyjną są wyniki typu kanonizacyjnego dotyczące izomorficznej struktury przestrzeni Banacha i operatorów liniowych na tych przestrzeniach. Pod pojęciem wyników kanonizacyjnych rozumiem wyniki redukujące przypadek ogólny do małej ilości przypadków kanonicznych.
Próby rozwijania strukturalnej teorii przestrzeni Banacha w kilku dekadach po drugiej wojnie światowej doprowadziły do pytań typu: Czy każda nieskończenie wymiarowa przestrzeń Banacha $X$ da się przedstawić w postaci $X = A \oplus B$, gdzie $A$ i $B$ są nieskończenie wymiarowe (Lindenstrauss). Jednocześnie wyniki Pełczyńskiego czy Lindenstraussa dawały sporą listę pierwszych przestrzeni Banacha tj. takich $X$ gdzie $X = A \oplus B$ dla $A, B$ jak wyżej implikuje izomorfizmy $A \sim B \sim X$.

Taki kierunek został drastycznie zmieniony po odkryciach Gowersa i Maureya z lat 90siątych, które między innymi dostarczyły negatywnej odpowiedzi na powyższe pytanie Lindenstraussa nawet dziedzicznie, tj. produkując dziedzicznie nierozkładalne przestrzenie Banacha (HI). Poza sporą grupą fundamentalnych kontrprzykładów wyniki Gowersa miały też część pozytywną, Dychotomię Gowersa: każda nieskończenie wymiarowa przestrzeń Banacha ma nieskończenie wymiarową podprzestrzeń z bazą bezwarunkową lub nieskończenie wymiarową podprzestrzeń HI.

W ten sposób uwaga badań została skierowana na kanoniczne typy podprzestrzeni nie do uniknięcia. Poza tym już w pracach Gowersa i Maureya było pokazane że mamy podstawowe związki pomiędzy powyższymi zagadnieniami a bogactwem operatorów liniowych na przestrzeni Banacha: nierozkładalność przestrzeni uzasadnia się tym, że wszystkie operatory liniowe na niej są postaci

$$T = \lambda I + S,$$

P.K.

gdzie $\lambda$ jest skalarem, a $S$ jest operatorem ściśle singularnym Związki te są także eksploatowane w nowszych badaniach.

Sukces Gowersa opierał się między innym na zastosowaniu poważnej kombinatoryki. Powyższe zagadnienia mają więc silny kombinatoryczny, ramsey'owski odcień. Mamy tutaj doczynienia z twardymi piętrami wyjątkowej złożoności. Dlatego określiłbym tą tematykę jako bardzo trudną, wymagającą ogromnej wytrzymałości, dającą mały postęp przy kolosalnym nakładzie pracy.

Ponieważ mowa jest tu o tym jakie podprzestrzenie musi mieć dana przestrzeń Banacha, główna praca odbywa się w przestrzeniach, które nie zawierają ani kopii $c_0$ ani $\ell_p$, a konstrukcja każdej takiej przestrzeni jest sporym wyzwaniem. Stąd pochodzi dobra część mojego podziwu w stosunku do dr. Pelczar-Barwacz, która na dobre znalazła miejsce w międzynarodowo uznanej grupie matematyków rozwijających tą tematykę, pomimo ogromnego nakładu pracy potrzebnego do wykonania każdego następnego kroku. Tak też interpretuję względnie ilościowo nie duży zbiór publikacji o zasięgu międzynarodowym autorstwa habilitantki. Kilka z tych artykułów wymagało ogromnej pracy.

## 2. Omówienie wyników rozprawy habilitacyjnej

Nie powtarzając bardziej technicznych sformuowań przystępnie napisanego autoreferatu, poniżej omawiam główne aspekty cyklu prac przedstawionych jako osiągnięcia naukowe w rozumieniu ustawy i przedstawionego do oceny w postępowaniu habilitacyjnym.

Głównym wynikiem pracy [A1] jest twierdzenie mówiące, że przestrzeń Banacha nasycona ciągami podsymetrycznymi zawiera podprzestrzeń minimalną. Przestrzeń Banacha $X$ jest minimalna gdy każda jej podprzestrzeń domknięta zawiera izomorficzną kopię $X$. Ciąg bazowy jest podsymetryczny gdy jest $C$-równoważny z każdym swoim podciągiem dla pewnej stałej $C \geq 1$. Wynik ten, jak widać, jest bardzo elegancki. Był on cytowany w kilku pracach Ferencziego, Rosendala, Kutzarovej, przedstawicieli szkoły greckiej itd., gdzie jest wykorzystywany w sposób bardzo istotny. W szczególności w pracy V. Ferenczi, Minimal subspaces and isomorphically homogeneous sequences in a Banach space. Israel J. Math. 156 (2006), 125-140, wynik ten został wzmocniony poprzez osłabienie założenia podsymetryczności. W artykule tym spora część głównych argumentów opartych jest na artukule [A1] i na wcześniej znanych wynikach. Za to wyciągnięte są tam nowe ciekawe wnioski na przykład dotyczące ergodyczności przestrzeni Banacha. Widać tutaj, że autorka bez problemów mogłaby publikować tą jak i inne prace w czasopismach o wyższych punktacjach.

W artukule [A2] dr Pelczar wraz ze współautorami V. Ferenczim i C. Rosenthalem rozważa problem H. Rosenthala dotyczący możliwości osłabienia klasycznego twierdzenia Zippina charakteryzującego ciągi bazowe równoważne standardowym bazom $c_0$ lub $\ell_p$ for $p \in [1, \infty)$: Czy każda baza Rosenthala jest równoważna standardowym bazom $c_0$ lub $\ell_p$ for $p \in [1, \infty)$? Problem ten jest związany z artykułem [A1] w tym sensie, że Rosenthal czyni silniejsze założenia niż artykuł [A1]. Autorzy omawiają ważne aspekty tego problemu uzyskując wiele wyników rzucających nowe światło i łączących go z innymi badaniami. Także podanych jest kilka dodatkowych założeń na przestrzeń Banacha prowadzących do pozytywnego rozwiązania tego problemu.

W pozostałych trzech pracach mowa jest o zagadnieniach zwiąnych z nieuniknionymi typami przestrzeni, które opisane są przy pomocy par ich podprzestrzeni, np. takie pary mogą być podobne (np. izomorficzne) lub całkowicie różne. A zatem wchodzimy tu w kwestie istnienia odpowiednich operatorów pomiędzy różnymi podprzestrzeniami a nie na tej samej podprzestrzeni. Takie typy minimalności znajdują się w klasyfikacji Ferencziego i Rosendala.

W pracy [A3], wspólnej z A. Manoussakisem, autorzy koncentrują się na własności przestrzeni Banacha okreśonej jako quasi-minimalność (quasiminimal). Jest to osłabienie powyżej omawianej minimalności do własności polegającej na tym że mając dane dwie podprzestrzenie $Y$ i $Y'$, istnieją podprzestrzeznie $Z \subseteq Y$ i $Z' \subseteq Y'$ takie, że $Z$ i $Z'$ są izomorficzne. Autorzy analizują mieszane przestrzenie Tsirelsona i pokazują że są one quasi-minimalne.

W pracy [A4], wspólnej z D. Kutzarovą i A. Manoussakisem autorzy zajmują się kwestią istnienia operatorów ściśle singularnych, które nie są zwarte. Analizowane przestrzenie to mieszane przestrzenie Tsireslona. Uzyskane są warunki na podprzestrzenie, implikujące istnienie takich operatorów.

W pracy [A5] autorka uzyskuje warunki na przestrzeń Banacha implikujące istnienie nietrywialnych operatorów ściśle singularnych tj. takich operatorów, które nie są operatorami zwartymi. Warunki te są wysłowione w terminach asymptotycznego zachowania ciągów bazowych.

Autoreferat jest bardzo wyczerpujący i pokazuje dokonania autorki w świetle kilku uznanych "programów" badań, których celem jest podanie list kanonicznych typów podprzetrzeni każdej nieskończenie wymiarowej przestrzeni Banacha.

Chciałbym tutaj zauważyć że obecnie narzucane terminy dotyczące sporządzenia recenzji uniemożliwiają większe zagłębienie się w stronę bardziej techniczną recenzowanego dorobku.

## 3. Wyniki dr Pelczar-Barwacz z poza rozprawy

Pozostałe dziewięć prac dr Pelczar-Barwacz można podzielić na kilka grup:

- dotyczące dychotomii Gowersa i geometrycznych aspektów własności HI (trzy prace),
- dotyczące wersji przestrzeni Tsirelsona (trzy prace),
- dotyczące zastosowań norm typu Tsirelsona (dwie prace),
- dotyczące multifunkcji (jedna praca).

Warto też zauważyć , że autorka nabrała więcej pewności siebie i składa prace do coraz lepszych czasopism, gdzie oczywiście są przyjmowane (Israel J. Math, Studia Math. J. Funct. Anal). Pozostałe prace są publikowane w szeroko znanych czasopismach międzynarodowych z powtarzającym się trzykrotnie wyjątkiem *Univ. Iagel. Acta Math.* Niemniej prace w tym czasopiśmie bynamniej nie są mało interesujące, np. moją uwage przykuła praca *On certain property of hereditarily indecomposable Banach spaces* gdzie podana jest piękna charakteryzacja przestrzeni HI jako tych gdzie przecięcie dowolnych dwóch nieograniczonych wypukłych podzbiorów $X$, nie zawierajacych żadnej prostej, jest zbiorem nieograniczonym.

P.K.

## 4. Pozostały dorobek

Dr Pelczar-Barwacz prowadzi bujną działaność naukowa, dydaktyczną, organizacyjną i popularyzatorską. Jest uczestnikiem grantu zagranicznego ulokowanego w Grecji, otrzymała grant polskiego Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego. Prowadzi seminaria, bierze udział w organizacji konferencji. Jest promotorem trzech obronionych prac magisterskich i jednej przygotowywanej. Jest regularnie zapraszana na międzynarodowe konferencje odbywające się całej Europie i Ameryce Północnej, gdzie wygłasza referaty na temat swoich wyników. Odbyła kilka dłuższych międzynarodowych wizyt naukowych i brała udział we wielu międzynarodowych programach naukowych.

Dr Pelczar-Barwacz zajmuje się działalnością popularyzatorską prowadząc zajęcia z uczniami szkół średnich, wśród działalności organizacyjnej warto zauważyć funkcje kierownika studiów pierwszego stopnia. Dr Pelczar-Barwacz otrzymała także kilka nagród Rektora Uniwersytetu Jagielońskiego za prace organizacyjną i dydaktyczną.

## 5. Konkluzja

Oświadczenie współautorów nie pozostawiają wątpliwości co do wkładu dr Pelczar w przedstawione do recenzji prace. Zdaniem recenzenta kilka prac opublikowanych w czasopismach o mniejszej randze, bez problemów zostałoby zaakceptowane w czasopismach o silniejszej randze.

**Osiągnięcia naukowe uzyskane po otrzymaniu stopnia doktora stanowią znaczny wkład autorki w rozwój tematyki matematycznej którą się zajmuje a jej działalność stanowi istotną aktywność naukową. Nie mam wątpliwości, że ten wartościowy dorobek naukowy stanowi solidną podstawę do habilitacji i wnoszę o dopuszczenie dr. Anny Pelczar-Barwacz do dalszych etapów postępowania habilitacyjnego**

Piotr Koszmider

dr hab. Piotr Koszmider