

prof. dr hab. Zbigniew Lonc
Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych
Politechnika Warszawska
ul. Koszykowa 75
00-662 Warszawa

Recenzja dorobku naukowego w postępowaniu habilitacyjnym doktora Bartosza Walczaka

Ocena osiągnięcia naukowego przedstawionego przez Habilitanta

Przedstawione przez dr. Walczaka osiągnięcie naukowe składa się z pięciu prac o zbliżonej tematyce. W trzech spośród nich jest on jednym z dwóch współautorów, a w dwóch pracach jest jedynym autorem.

Prace [A1] – [A4] dotyczą własności grafów reprezentowanych geometrycznie, dokładniej problemów związanych z zależnością między liczbą chromatyczną takich grafów a ich liczbą klikową (tj. licznością największej klik). Tematyka ta jest obecnie bardzo intensywnie rozwijającym się nurtem badawczym kombinatoryki, który ma wielorakie związki z teoretyczną informatyką. Pokazywane są lub obalane otwarte od lat hipotezy. Rozważane w ramach tej tematyki problemy są przedmiotem zainteresowania czołowych kombinatoryków na świecie. Praca [A5] dotyczy nieco innej tematyki – związku wymiaru zbioru częściowo uporządkowanego z jego grafem pokryć.

W pracy [A1] autorzy rozwinęli pewną metodę dowodzenia twierdzeń o liczbie chromatycznej grafów reprezentowanych geometrycznie wywodzącą się z opublikowanej w roku 2014 pracy Pawlika i in. [B1] (jednym ze współautorów tej pracy jest Habilitant). W pracy [B1] autorzy znaleźli (raczej niespodziewaną) negatywną odpowiedź na pytanie Erdősa z 1970 roku, czy liczba chromatyczna grafu przecięć odcinków na płaszczyźnie jest ograniczona przez funkcję zależącą jedynie od liczby klikowej. Ta nowatorska metoda, mówiąc w bardzo dużym uproszczeniu, pozwala wykorzystać pewnego rodzaju kolorowania „on-line” (a więc kolorowania kiedy graf nie jest podany na początku, lecz jest stopniowo „odślaniany” przez adversarza) do oszacowania liczby chromatycznej grafu.

Owa metoda została w artykule [A1] sformalizowana i w twórczy sposób uogólniona, co pozwoliło udowodnić kilka bardzo ciekawych rezultatów dotyczących liczb chromatycznych grafów reprezentowanych geometrycznie.

Autorzy głównie rozważali następujące trzy klasy grafów: grafy włókien przedziałowych, grafy nachodzeń poddrzew oraz grafy nachodzeń prostokątów. W przypadku tej pierwszej klasy pokazali, że liczba chromatyczna jest ograniczona przez pewną funkcję liczby klikowej, a dla grafów z pewnej podklasy tej klasy znaleźli dokładną wartość tej liczby. W przypadku grafów nachodzeń poddrzew udowodnili wynik przeciwny, tj. że nie ma takiej funkcji liczby klikowej, która ogranicza wartość liczby chromatycznej. Ponadto pokazali ograniczenie górne liczby chromatycznej dla grafów z tej klasy przez pewną funkcję liczby wierzchołków (przy ustalonej liczbie klikowej), a dla pewnej podklasy znaleźli asymptotycznie najlepsze takie ograniczenie. Podobne rezultaty uzyskali dla grafów nachodzeń prostokątów. Dowody tych wyników nie tylko wymagały rozwinięcia „metody on-line”, ale także nowych pomysłów oraz wykorzystania wcześniejszych wyników innych autorów (m.in. Felsnera oraz Sleatora i Tarjana). Jako swojego rodzaju produkt uboczny dowodu jednego z twierdzeń uzyskano inny ciekawy rezultat, że zbiór wierzchołków w pewnego rodzaju grafach nachodzeń prostokątów można podzielić na podgrafy wolne od trójkątów, których liczba zależy jedynie od liczby klikowej (a nie zależy od liczby wierzchołków w całym grafie). Warto dodać, że wyniki uzyskane w pracy [A1] mają związki z innymi znanymi problemami kombinatorycznymi, jak na przykład hipoteza o grafach k -quasi planarnych.

Praca [A2] (napisana przez Habilitanta wraz z jego magistrantem) zawiera rezultat o podobnym charakterze, jak niektóre rezultaty z pracy [A1]. Dowodzi się tu, że graf przecięć każdej rodziny krzywych leżących we wspólnej półpłaszczyźnie, których jeden koniec leży na brzegu tej półpłaszczyzny, mają liczbę chromatyczną ograniczoną przez pewną funkcję zależącą jedynie od liczby klikowej. Jest to o tyle ciekawe, że bez założenia, że jeden koniec krzywej leży na brzegu półpłaszczyzny nie jest to prawda nawet jeśli krzywe są odcinkami (co pokazano w pracy [B1]). Wynik udowodniony w artykule [A2] uogólnia cały szereg wcześniej uzyskanych przez innych autorów rezultatów. Został on też dalej uogólniony w innym artykule autorów pracy [A2]. Wyniki zawarte w [A2] zostały uzyskane innymi metodami niż też użyte w artykule [A1], między innymi metodami o posmaku ramseyowskim.

Kolejna praca [A3], napisana wspólnie z Jánosem Pachem zawiera rezultat nieco innego rodzaju. Mówi, że spełniająca stosunkowo ogólne założenia rodzina zbiorów na płaszczyźnie, która jest k -krotnym upakowaniem (tj. żaden punkt nie należy do więcej niż k spośród tych zbiorów), daje się podzielić na stałą (dla ustalonego k) liczbę zwykłych 1-krotnych upakowań. Wynik ten uogólnia wcześniejszy rezultat autorstwa Sharira z 1991 roku. Dowód

opiera się na wyniku Foxa i Pacha dotyczącym grafu przecięć krzywych i klasycznym rezultacie ekstremalnej kombinatoryki autorstwa Katony, Nemetza i Simonovitsa.

W samodzielnej pracy [A4] habilitant obala hipotezę Foxa i Pacha z roku 2012 mówiącą, że grafy przecięć krzywych o ograniczonej liczbie klikowej zawierają zbiory niezależne o liczności asymptotycznie liniowej względem liczby wierzchołków w grafie. Autor pokazuje konstrukcję dowodzącą nieprawdziwości tej hipotezy już dla grafów bez trójkątów i krzywych będących odcinkami. Konstrukcja ta jest pomysłowym ulepszeniem konstrukcji podanej w pracy [B1] uzyskanym dzięki wykorzystaniu ułamkowej liczby chromatycznej, tj. parametru otrzymanego ze zwykłej liczby chromatycznej grafu przez osłabienie w sensie programowania liniowego.

Ostatnia z prac wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego to samodzielny artykuł [A5] opublikowany w prestiżowym czasopiśmie *Journal of Combinatorial Theory*. Dotyczy ona wymiaru zbiorów częściowo uporządkowanych, a więc nieco innej tematyki niż pozostałe prace. Autor pokazuje w niej, że dla każdego grafu H zbiory częściowo uporządkowane, których grafy pokryć nie zawierają H jako minora topologicznego, mają ograniczony wymiar. Wynik ten pozytywnie potwierdza hipotezę postawioną wcześniej przez Joreta i in. oraz uogólnia wcześniejsze rezultaty Streiba i Trottera oraz Joreta i in. Bardzo złożony dowód tego rezultatu opiera się na twierdzeniach strukturalnych Robertsona i Seymoura oraz Grohe i Marxa. Wykorzystuje ponadto jeszcze kilka innych wyników różnych autorów. Świadczy to o doskonałej orientacji Habilitanta w zakresie zarówno nowych, jak i starych wyników i metod, a także świetnego posługiwania się nimi.

Podsumowanie oceny osiągnięcia naukowego przedstawionego przez Habilitanta

Bardzo wysoko oceniam poziom naukowy wyników uzyskanych przez dr. Walaczaka w ramach przedstawionego osiągnięcia naukowego. Wyniki te są dobrze osadzone w bujnie rozwijającym się nurcie badawczym współczesnej kombinatoryki, który jest w kręgu żywego zainteresowania badaczy w wielu, w tym również czołowych, ośrodkach naukowych na świecie. Zarówno rezultaty dotyczące związku kolorowań grafów reprezentowanych geometrycznie z ich liczbą klikową, jak i wynik o związku wymiaru zbioru częściowo uporządkowanego z jego grafem pokryć wyjaśniają wiele niejasnych dotąd kwestii i są bardzo znaczącym wkładem w rozwój tych nurtów badawczych. Wśród wyników Habilitanta są dowody lub obalenia dotąd otwartych, postawionych

przez innych autorów, hipotez. Większość jego wyników stanowi poprawienie wcześniejszych rezultatów innych autorów. Pokazanie tych wyników wymagało nie tylko nowych pomysłów i metod, ale również doskonałej znajomości wyników i metod rozwiniętych przez innych autorów. Dr Walczak wielokrotnie wykorzystuje i twórczo rozwija te metody. Świadczy to o doskonałej znajomości literatury z zakresu uprawianej przez niego tematyki. Podkreślić trzeba, że prace wchodzące w skład ocenianego osiągnięcia naukowego ukazały się w czołowych czasopismach naukowych z zakresu kombinatoryki, w tym w *Journal of Combinatorial Theory* i w czasopiśmie *Combinatorica*. Jak wynika z dokumentacji, w pracach współautorskich wkład dr Walczaka nigdy nie był mniejszy niż 50% (dokładniej, 50, 60 i 70%).

Ocena istotnej aktywności naukowej Habilitanta

Na pozostały dorobek publikacyjny dr. Walczaka składa się 13 artykułów w czasopismach i 8 publikacji w materiałach pokonferencyjnych (przy czym niektóre z nich są konferencyjnymi wersjami artykułów z czasopism). Dotyczą one różnego rodzaju zagadnień, ale głównie koncentrują się wokół problemów kombinatorycznych i obliczeniowych w geometrii.

Na czoło wysuwa się tu niewątpliwie grupa czterech prac [B1] – [B4] poświęconych kolorowaniu grafów reprezentowanych geometrycznie. Oceniane osiągnięcie habilitacyjne ma swoje źródła w tych właśnie pracach. Jest po części rozwinięciem zawartych tam pomysłów. O najważniejszych wynikach z tych prac (w tym rozwiązaniu hipotezy Erdősa) wspomniałem już powyżej. Może warto jeszcze dodać, że wyniki zawarte w tych pracach obaliły dla pewnych grafów H hipotezę Scotta z 1997 roku mówiącą, że dla każdego grafu H grafy, w których zabronione są indukowane podpodziały grafu H mają liczbę chromatyczną ograniczoną przez pewną funkcję liczby klikowej. Ten rezultat zainicjował badania zmierzające do rozstrzygnięcia dla jakich grafów H hipoteza Scotta zachodzi, a dla jakich nie. Wśród badaczy, którzy podjęli ten kierunek są m. in. tak wybitni kombinatorycy jak M. Chudnowsky, P. Seymour, czy sam autor hipotezy A. Scott.

Spośród pozostałych prac warto zwrócić uwagę na pracę [B5], która częściowo potwierdza wspomnianą wcześniej hipotezę o grafach k -quasi-planarnych, pracę [B10] o miarach wypukłości zbiorów na płaszczyźnie, która uogólnia pewien wynik Cabello i innych, pracę [B12] o przecinających się wektorach mającą ciekawe implikacji w teorii zbiorów częściowo uporządkowanych oraz dotyczące pewnego rodzaju gier kombinatorycznych prace [B13] – [B15], w których autorzy zajmują się uogólnieniami tzw. „problemu pizzy” Win-

klera. Prace [B8] i [B9] dotyczą problemów algorytmicznych o posmaku geometrycznym, prace [B6] i [B7] problemów związanych z rysowaniem grafów za pomocą niewielu kierunków. W końcu praca [B6] zawiera wynik dotyczący wymiaru zbiorów częściowo uporządkowanych, który został znacząco wzmocnionych we wchodzącej w skład osiągnięcia habilitacyjnego pracy [A5].

Poziom naukowy większości z tych prac jest bardzo wysoki. Charakteryzują się one podobnymi cechami jak osiągnięcie habilitacyjne, a więc są dobrze osadzone w rozwijanych na świecie kierunkach badawczych, nawiązują do wyników innych autorów i w wielu przypadkach je poprawiają, wśród uzyskanych rezultatów są wyniki będące rozwiązaniami wcześniej otwartych hipotez innych autorów, dowody uzyskanych rezultatów bazują nie tylko na nowych pomysłach i metodach, ale także twórczo wykorzystują wyniki innych autorów. Warto też zwrócić uwagę na to, że wyniki uzyskane przez Habilitanta są niejednokrotnie inspiracją dla badań innych badaczy (również tych wybitnych), którzy podejmują tę tematykę i nawiązują do jego rezultatów.

Przeważającą większość publikacji dr. Walczaka to prace pisane ze współautorami, zarówno krajowymi, jak i zagranicznymi. Dobrze to świadczy o otwartości Habilitanta na różnego rodzaju problemy badawcze oraz o umiejętności współpracy naukowej. Jego prace ukazują się w bardzo dobrych czasopismach (m. in. 3 prace w *Journal of Combinatorial Theory*, 2 prace w *Combinatorica*, 5 prac w *Discrete and Computational Geometry*). Baza Web of Science zarejestrowała dotąd 25 cytowań Habilitanta, a jego index Hirscha w tej bazie wynosi 4. Jest to bardzo dobry wynik zważywszy, że większość jego prac zarówno tych opublikowanych w czasopismach jak i w materiałach pokonferencyjnych (dokładnie 19) ukazało się w roku 2014 lub później. Swoje wyniki referował podczas 28 konferencji naukowych (m. in. tak renomowanych jak SODA, COCOON, STOC/SoCG Bridge Day, SIAM Conference on Discrete Mathematics).

Osiągnięcia dr Walczaka są doceniane przez zarówno polskie, jak i międzynarodowe środowisko naukowe. Był on kierownikiem dwóch grantów NCN (Preludium i Sonata) oraz wykonawcą kilku innych. Ponadto był beneficjentem finansowanego przez MNiSW programu Mobilność Plus, a także otrzymał stypendium dla młodych naukowców finansowane przez to ministerstwo. Za duże osiągnięcie na arenie międzynarodowej uważam odbycie stażu postdoktorskiego na Politechnice w Lozannie, gdzie współpracował z niekwestionowanym światowym autorytetem w zakresie kombinatorycznych problemów w geometrii – Janośem Pachem. Ponadto odbył półroczny staż na Uniwersytecie Karola w Pradze oraz pracował przez rok jako profesor wizytujący w

Georgia Institute of Technology w Atlancie.

Podsumowanie

Jestem całkowicie przekonany, że osiągnięcia naukowe dr. Bartosza Walczaka uzyskane po otrzymaniu stopnia doktora stanowią znaczny wkład w rozwój kombinatoryki i teoretycznych podstaw informatyki. Jego dotychczasowy dorobek naukowy potwierdza, że wykazuje się on istotną aktywnością naukową. Dlatego zdecydowanie popieram wniosek o nadanie mu stopnia naukowego doktora habilitowanego.

Warszawa, 23 czerwca 2017 r.