Toruń, 6 października 2017 r.

prof. dr hab. Piotr Śniady
Instytut Matematyczny
Polskiej Akademii Nauk
email: psniady@impan.pl

Recenzja

rozprawy doktorskiej p.t.
O multiplikatywności modułów potęg operatorów w przestrzeniach Hilberta
autorstwa mgra Pawła Pietrzyckiego
w postępowaniu prowadzonym na
Wydziale Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie

Niniejszą recenzję opracowano na zlecenie Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie, prof. dr hab. Włodzimierza Zwonka, z dnia 14 lipca 2017 r, którego pismo zostało mi doręczone 5 października 2017 r.

Postępowanie toczy się w oparciu o ***Ustawę*** *z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki*, której art. 13 dotyczy wymogów stawianych wobec rozprawy doktorskiej, oraz ***Rozporządzenie*** *Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 26 września 2016 r. w sprawie szczegółowego trybu i warunków przeprowadzania czynności w przewodzie doktorskim, w postępowaniu habilitacyjnym oraz w postępowaniu o nadanie tytułu profesora*, którego §6 dotyczy wymogów stawianych wobec recenzji rozprawy doktorskiej.

Art. 13 ust. 1 *Ustawy* stanowi, że *„Rozprawa doktorska [...] powinna stanowić oryginalne rozwiązanie problemu naukowego [...], oraz wykazywać ogólną wiedzę teoretyczną kandydata w danej dyscyplinie naukowej lub artystycznej oraz umiejętność samodzielnego prowadzenia pracy naukowej lub artystycznej.”* W dalszej części recenzji odniosę się do tego wymogu.

Uwagi natury ogólnej. Rozprawa składa się pięciu rozdziałów, z których pierwsze cztery mają charakter przeglądowy, a ostatni zawiera twórczy wkład Doktoranta: materiał pochodzący z jego dwóch artykułów, z których jeden ukazał się niedawno w dobrym czasopiśmie *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, co warte jest podkreślenia. Gratuluję Doktorantowi tego osiągnięcia.

Rozdziały 2, 3, 4 przedstawiają naukowy pejzaż dziedziny, której dotyczy doktorat. Z punktu widzenia leniwego czytelnika jest to bardzo wygodne, choć moim zdaniem stopień szczegółowości jest nadmierny. Czy przedstawianie znanych twiedzeń *wraz z dowodami* jest naprawdę potrzebne czy też jest przejawem niesłusznego lęku, że *krótka* rozprawa doktorska nie jest dość *uczona*? Z punktu widzenia recenzenta rozprawy doktorskiej rozdziały te nie są interesujące i nie będę ich szczegółowo komentować. Oczywiście dowodzą one pewnej erudycji matematycznej autora oraz wymaganej przez *Ustawę „ogólnej wiedzy teoretycznej kandydata w danej dyscyplinie naukowej”*; tym nie mniej dowody owej wiedzy teoretycznej znalazłem w wyczerpujący sposób w Rozdziale 5.

Dobór tematyki. Fakt, że Doktorantowi udało się opublikować wyniki zawarte w części rozprawy w dobrym czasopiśmie, dobrze świadczy o doborze tematyki. Pytania, na które odpowiedź stanowi recenzowana rozprawa, są bardzo naturalne w kontekście prac Embry i Uchiyamy.

Z drugiej strony, gdyby uwierzyć w wizję świata zawartą w bibliografii, możnaby nabrać błędnego wrażenia jakoby jedynym ośrodkiem, w którym w XXI wieku prowadzone są badania w dziedzinie, której dotyczy doktorat, jest Kraków. Gdyby tak było w istocie, mogłoby to świadczyć o pewnej ich prowincjonalności, wsobności oraz o zastoju panującym w tej dziedzinie. Tak jednak przecież nie jest; zachęcam więc Doktoranta do przygotowywania swych tekstów w przyszłości w sposób nie zostawiający wątpliwości u czytelnika, że dotyczą one dziedziny żywej i dynamicznej.

Główne wyniki. *Czy pojedyncza równość* $(W^\star W)^k = (W^\star)^k W^k$ *implikuje kwazinormalność operatora* W*?* To pytanie oraz jego rozmaite warianty stanowią przedmiot badań w pierwszej części rozprawy (rozdziały 5.1 i 5.2), która odpowiada z grubsza publikacji Doktoranta w *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. Odpowiedź na powyższe pytanie jest twierdząca, jeśli W jest ograniczonym, iniektywnym, dwustronnym przesunięciem ważonym (Twierdzenie 5.1.3). Jeśli jednak dopuścimy operatory W z szerszej klasy iniektywnych przesunięć ważonych na drzewach skierowanych, odpowiedź okazuje się być negatywna (Twierdzenie 5.2.5).

W drugiej części rozprawy (rozdział 5.3), która odpowiada preprintowi, który nie jest dostępny publicznie, Doktorant dowodzi (Twierdzenie 5.3.2), że w wyniku Uchiyamy z 1993 roku (dotyczącym prostego warunku, który jest równoważny z kwazinormalnością) można pominąć założenie o ośrodkowości przestrzeni Hilberta. Podaje on ponadto wiele innych warunków à la Uchiyama, które są równoważne kwazinormalności (Twierdzenia 5.3.4, 5.3.5 i 5.3.7) bądź normalności (Twierdzenie 5.3.13).

Trzecia, ostatnia część rozprawy (rozdział 5.4) dotyczy nierówności operatorowych. Głównymi wynikami Doktoranta są Twierdzenia 5.4.7, 5.4.8, 5.4.9.

Moje osobiste impresje. Najbardziej spodobał mi się dowód Twierdzenia 5.2.5, w którym trudność polega na skonstruowaniu w jawny sposób pewnej wagi. Sprowadza się to do znalezienia liczb, dla których pewne równości byłyby spełnione, a inne równości byłyby właśnie *nie* spełnione. Trudność wydaje się tkwić własnie w uzasadnieniu tego, że pewne równości nie są spełnione. Doktorant wykorzystał w tym celu w pomysłowy sposób maszynerię liczb (nie)algebraicznych. Uroczy i pomysłowy dowód.

Dowód Twierdzenia 5.2.5. Pewne krytyczne uwagi muszę skierować wobec warsztatowej strony dowodu Twierdzenia 5.2.5. Fragment tego dowodu ze strony 54 jest dezorientujący; omówię go szczegółowo poniżej.

Preludium stanowi gwałtowna zmiana roli pełnionej przez symbol p. Jeszcze przed chwilą p była liczbą pierwszą, a nagle staje się zmienną związaną kwantyfikatorem.

Następnie Autor zapowiada, że rozważy trzy rozłączne przypadki. I rzeczywiście, dla $i \in \{1,2,3\}$ pojawia się „PRZYPADEK i" zawierający taki lub zdanie logiczne, które oznaczać będę przez P_i. Naiwnie spodziewałbym się, że zdania P_1, P_2, P_3 są wzajemnie wykluczające się oraz że zachodzi $P_1 \vee P_2 \vee P_3$. Ponadto, skoro Autor chce udowodnić jakąś tezę T, to spodziewałbym się, że w każdym z tych przypadków dowiedzie on implikacji $P_i \implies T$. Spędziłem kwadrans usiłując czytać tekst z taką właśnie intencją; bez większych sukcesów, gdyż nie było jasne, co właściwie jest tezą T i tekst nie miał specjalnie sensu. Był to błąd, gdyż w rzeczywistości Autor pisząc „PRZYPADEK i" miał na myśli raczej coś w rodzaju LEMAT i. I w samej rzeczy: dowodzi on każdego ze zdań P_1, P_2, P_3 osobno. Dlaczego więc mowa była o jakichś trzech rozłącznych przypadkach? Ach tak: dotyczą one trzech dopuszczalnych zakresów wartości zmiennej p.

Ostatecznie poradziłem sobie i byłem w stanie sprawdzić poprawność dowodu. Do warsztatu matematycznego należy również umiejętność sformułowanie wypowiedzi w sposób jednoznaczny i czytelny; po co skazywać czytelnika na takie manowce?

Strona językowa. Recenzowana rozprawa została napisana dość ładną polszczyzną. Od strony językowej tekst jest dobrze zrozumiały, choć nie pozbawiony pewnych drobnych wad (które być może wzięły się z tłumaczenia na polski angielskiego oryginału).

Tekst obfituje w błędy interpunkcyjne na poziomie szkolnym. Przykład ze strony 31: *„Ponieważ w dalszej części wypowiemy, kilka podstawowych twierdzeń dotyczących operatorów kompozycji, więc by uniknąć niepotrzebnego powtarzania warunków na to, by operator (3.4.2) był dobrze określony za [17] o następującej sytuacji [. . .] będziemy mówili, że zachodzi warunek (AS2).”* Powtarzającym się błędem jest forma dopełniacza *„Hardyego”* zamiast *„Hardy'ego”*.

Autor w dość zaskakujący sposób używa Wielkich Liter.

Doktorant, gdy tytułuje pierwszy rozdział *„Preleminaria”*, ma na myśli zapewne „preliminaria”; gdy mówi o *adopotowaniu*, ma zapewne na myśli *adaptowanie*.

Do warsztatu matematyka należy również formatowanie tekstu przy pomocy systemu TEX/ LATEX. Z punktu widzenia typografii komputerowej tekst został bardzo dobrze przygotowany. Drobne usterki dotyczą zaskakującego użycia spacji wewnątrz nawiasów związanych z cytowaniami. W przypadku ciągu nierówności (strona 68)

$$\left(A^{\star n}A^{n}\right)^{\frac{(p+1)}{n}} \geq \cdots \left(A^{\star m+2}A^{m+2}\right)^{\frac{(p+1)}{m+2}}$$

nonszalancja związana z brakiem znaku nierówności $\geq \cdots \geq$ powoduje, że czytelnik raczej interpretuje prawą stronę nierówności jako nieskończony iloczyn, w którym iloczyn ciągnie się w lewą stronę.

Wymogi art. 13 ust. 6 *Ustawy*. Pozwalam sobie zwrócić uwagę, że otrzymany przeze mnie egzemplarz rozprawy doktorskiej nie posiadał streszczenia (w jakimkolwiek języku). *Rozporządzenie* stawia wobec recenzji rozprawy doktorskiej jedynie wymóg (§6, ust. 4), aby *zawierała szczegółowo uzasadnioną ocenę spełniania przez rozprawę doktorską warunków określonych w art. 13 ust. 1.* Z tego powodu nie będę rozstrzygać w niniejszej recenzji, czy spełniony jest wymóg z art. 13 ust. 6 *Ustawy*, iż *„Rozprawa doktorska powinna być opatrzona streszczeniem w języku angielskim, a rozprawa doktorska przygotowana w języku obcym również streszczeniem w języku polskim”*. Streszczenie to z pewnością istnieje, w przeciwnym razie jednostka, na której prowadzony jest przewód doktorski, złamałaby art. 13 ust. 7 *Ustawy*: *„Streszczenie rozprawy doktorskiej [. . .] zamieszcza się na stronie internetowej szkoły wyższej lub jednostki organizacyjnej przeprowadzającej przewód doktorski. Streszczenie rozprawy doktorskiej zamieszcza się w dniu podjęcia przez radę jednostki uchwały o przyjęciu rozprawy doktorskiej [. . .].”* Jestem przekonany, że mój brak sukcesów w poszukiwaniu tego streszczenia na stronach Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie świadczy jedynie o mojej własnej nieudolności, a nie o tym, że owe streszczenie nie zostało zamieszczone. Jeśli jednostka przeprowadzająca postępowanie uzna, iż brak streszczenia stanowi uchybienie wobec ustawowego wymogu, jestem przekonany, że Doktorant będzie w stanie bez trudności przedstawić poprawioną wersję swojej rozprawy.

Konkluzja. Rozprawa doktorska magistra Pawła Pietrzyckiego stanowi przykład solidnego rzemiosła matematycznego. Stwierdzam, że **rozprawa doktorska magistra Pawła Pietrzyckiego spełnia wymogi art. 13 ust. 1 *Ustawy* i wnioskuję o dopuszczenie do dalszych kroków przewodu**. Co więcej, uważam, że jest to dobra rozprawa i może być ona słusznym powodem Doktoranta do zadowolenia.

Piotr Śniady

prof. dr hab. Piotr Śniady