

OCENA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ MGR PAWŁA BOGDANA

Rozprawa doktorska Pana mgr Pawła Bogdana dotyczy geometrii algebraicznej afinicznej. Ściślej jest poświęcona badaniu odwzorowań wielomianowych i nawiązuje do hipotezy jacobianowej. Głównym osiągnięciem rozprawy jest stworzenie nowego algorytmu, który sprawdza czy dany endomorfizm $F : k^n \rightarrow k^n$ jest odwracalny i podaje ewentualne odwzorowanie odwrotne (jeśli ono istnieje).

Problem odwracania automorfizmu był badany wcześniej przez wielu badaczy, warto tu wspomnieć prace panów Bassa, Connella i Wrighta- "The jacobian conjecture: reduction of degree and formal expansion of the inverse"- BAMS, 1982, książkę pana Arno van den Essena- "Polynomial automorphisms and the Jacobian Conjecture" czy też niedawną pracę recenzenta "Solving polynomial equations", Demonstratio Mathematica, 2012. Szkoda że autor nie odniósł się w jakiejś formie do tych prac. Porównanie algorytmu pana Bogdana z innymi algorytmami odwracającymi automorfizmy wielomianowe powinno być częścią tej rozprawy.

Rozprawa pana Bogdana składa się z 4 części. W pierwszej części autor szkicuje podstawy różniczkowej teorii Galois. W drugiej autor nawiązuje do Hipotezy Jakobianowej i pokazuje jak zastosować różniczkową teorię Galois do badania Hipotezy Jakobianowej. Wyniki z tych dwóch części nie pochodzą od autora. Umieszczenie ich w pracy jest dla mnie trochę dziwne, gdyż nie są one potrzebne w 3 kluczowej części pracy. Mogę się jednak domyślać, że właśnie badania dotyczące zastosowania różniczkowej teorii Galois, którą zajmuje się promotor pana Bogdana, doprowadziły pana Bogdana do jego wyniku. Jednak wołałbym by w miejscu rozdziałów 1-2 znajdowały się odniesienia do innych wspomnianych wyżej metod odwracania wielomianowych automorfizmów.

Część trzecia zawiera kluczowe wyniki. Ta część zawiera sprytny algorytm który pozwala sprawdzić czy dany endomorfizm $F : k^n \rightarrow k^n$ jest automorfizmem wielomianowym. W odróżnieniu od znanych metoda pana Bogdana nie używa derywacji i zatem może być też stosowana w charakterystyce dodatniej (choć należy zauważyć, że metody oparte na derywacjach też można dostosować do dodatniej charakterystyki co pokazałem w swojej wyżej cytowanej pracy z Demonstratio). Metoda pana Bogdana jest zaskakująco prosta i zatem użyteczna. Wierzę, że może ona również znaleźć zastosowanie w kryptologii. Wydaje mi się, że ten problem powinien zostać przeanalizowany w dalszych badaniach. Byłoby też interesujące gdyby pan Bogdan rozszerzył swoją metodę w ten sposób by jego algorytm potrafił stwierdzić czy dla danego endomorfizmu F dany wielomian $P \in k[x_1, \dots, x_n]$ jest elementem pierścienia $F^*(k[x_1, \dots, x_n])$. Część trzecia pracy zawiera też oszacowanie złożoności przedstawionego w pracy algorytmu.

Część czwarta pracy zawiera analizę pojęcia automorfizmu skończonego w sensie Pascala. Ta część też jest interesująca choć nie tak jak część trzecia. Uważam, że dwie ostatnie części rozprawy są ciekawe i zawierają nowe wyniki.

Co do wad rozprawy to zauważyłem dużą ilość nieprecyzyjnych, czasami wręcz błędnych sformułowań i pewną ilość literówek. Brakuje też potrzebnych definicji. Ogólnie redakcja pracy nie jest najlepsza i sugeruje pewien pośpiech przy jej pisaniu.

Wymienię tu kilka takich usterek:

str .12 Def. 1.3.3: jak rozumieć $K(Y)$ gdzie Y jest macierzą?

str 32. Remark 1.3.3. Wcześniej algorytm był opisany dla jednego wielomianu $P(x_1, \dots, x_n)$, tutaj bez wyjaśnień stosuje się go dla $P(x_1, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_n)$. Co prawda można się domyśleć o co chodzi ale nie jest to poprawne.

str.34 Prop. 3.2.2. pojęcie "locally finite" nie było wcześniej zdefiniowane

str 34. twierdzenie 3.2.3 (główne!) założenie $\det F = 1$ nie jest tu potrzebne.

Wymienione tu usterki nie podważają jednak wartości pracy. Podsumowując uważam rozprawę za interesującą pracę matematyczną, która spełnia wszystkie wymogi Ustawy o tytule naukowym i stopniach naukowych konieczne do uzyskania stopnia doktora.

(Z. Jelonek) INSTYTUT MATEMATYCZNY, POLSKA AKADEMIA NAUK, ŚNIADECKICH 8, 00-956
WARSZAWA, POLAND

E-mail address: najelone@cyf-kr.edu.pl