

Gdańsk, 22 grudnia 2016 r.

Tomasz Szarek  
Instytut Matematyki  
Uniwersytetu Gdańskiego

**Recenzja rozprawy habilitacyjnej i dorobku naukowego  
dr. Dominika Kwietniaka**

Pan Dominik Kwietniak ukończył studia matematyczne na Uniwersytecie Jagiellońskim w roku 2002. Cztery lata później na tym samym uniwersytecie obronił pracę doktorską pt. „Chaos w sensie Devaney i jego odmiany a entropia topologiczna”, której promotorem był prof. Roman Srzednicki.

Dr Kwietniak od października 2006 roku jest zatrudniony w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, do roku 2009 na stanowisku asystenta, następnie jako adiunkt. Od sierpnia 2015 roku pracuje w Brazyli, w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Federalnego Rio de Janeiro, jako *Young Visiting Researcher*.

Rozprawę habilitacyjną stanowi cykl artykułów zatytułowany „Dynamika z punktu widzenia pojedynczych orbit: specyfikacja, śledzenie, entropia, dziedziczność”. Pięć spośród sześciu publikacji to artykuły współautorskie; stosowne oświadczenia potwierdzają równy wkład wszystkich autorów w ich powstanie. Współautorami prac dr. Kwietniaka są: J. Byszewski, F. Fałniowski, G. Harańczyk, P. Oprocha i M. Rams. Prace ukazały się w uznanych międzynarodowych czasopismach: *Ergodic Theory Dynam. Systems* (2), *Israel J. Math.* (1), *Fund. Math.* (1), *Discrete Contin. Dyn. Sys.* (1), *Topology Appl.* (1).

Wszystkie artykuły wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej badają zachowania pojedynczych orbit w kontekście globalnych własności układów dynamicznych, spełniony jest więc art. 16 pkt 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, który wymaga aby dzieło habilitacyjne stanowił jednotematyczny cykl publikacji.

**Ocena rozprawy habilitacyjnej:** W pracy [H1: *Ergodic Theory Dynam. Systems* (2014)] (wspólna z G. Harańczykiem i P. Oprochą) autorzy badają entropię topologiczną czysto mieszających przekształceń określonych na grafach topologicznych. Terminem „graf topologiczny” określa się w pracy kontinuum będące jednowymiarowym kompleksem symplecjajalnym. Praca rozszerza wyniki z pracy: G. Harańczyk, D. Kwietniak, *When lower entropy implies stronger Devaney chaos*, Proc. Amer. Math. Soc., 2009. Główny wynik podaje oszacowanie dolne na entropię topologiczną wszystkich odwzorowań mieszających rozważanego grafu, które nie są przekształceniami dokładnymi - tzw. *odwzorowań czysto mieszających*. Istotnie, autorzy dowodzą, że entropia każdego takiego odwzorowania jest nie mniejsza niż  $\log 3/\Lambda(G)$ , gdzie  $\Lambda(G)$  oznacza stałą zależną od liczby rozspójnienia grafu -  $D^s(G)$  i jego stałej Eulera -  $\chi(G)$  ( $\Lambda(G) = D^s(G) - \chi(G) + 1$ ). W pracy podane zostały przykłady układów dynamicznych dla których powyższe oszacowanie jest optymalne. Dowód głównego twierdzenia bazuje na własnościach strukturalnych czysto mieszających przekształceń grafów (zob. Twierdzenie 6.1) i został zainspirowany wynikami Blokha (zob. A.M. Blokh, *Dynamical systems on one-dimensional branched manifolds I, II, III*, Theory of Functions, Functional Analysis and Applications, 1986, 1987). Wyniki Kwietniaka i współautorów podają w kilku przypadkach lepsze oszacowania na entropię niż te zawarte w pracach Blokha.

Praca [H2: *Discrete Contin. Dyn. Syst.* (2013)] poświęcona jest badaniu przesunięć dziedzicznych wprowadzonych przez D. Kerr i H. Li w *Independence in topological and  $C^*$ -dynamics*, Math. Ann., 2007. Uogólniają one między innymi znane w literaturze przesunięcia rozmieszczeniowe (ang. *spacing shifts*) oraz przesunięcia  $\mathcal{B}$ -wolne (ang.  *$\mathcal{B}$ -free shifts*). Praca zawiera szereg ciekawych wyników. Między innymi autor dowodzi warunku koniecznego i wystarczającego do tego, żeby entropia przesunięcia dziedzicznego była dodatnia. Warunek ten wyraża się w języku górnej gęstości Banacha; istnieje punkt taki, że 1 pojawia się z dodatnią górną gęstością Banacha - Twierdzenie 4.8. Z kolei w Twierdzeniu 4.10 autor dowodzi, że entropia przesunięcia jest równa 0 wtedy i tylko wtedy, gdy jedyną miarą niezmienniczą jest miara Diraca skoncentrowana w punkcie stałym tego przesunięcia. Innym zagadnieniem badanym w pracy jest pytanie o chaos przesunięć dziedzicznych. Autor korzysta tu z terminologii wypracowanej w pracy: F. Balibrea, J. Smítal i M. Štefánková, *The three versions of distributional chaos*, Chaos Solitons Fractals, 2005 i wyraża dodatnią entropię w języku chaotyczności przesunięć dziedzicznych.

Praca podoba mi się mimo że jest dość elementarna. Na jej końcu Dr Kwietniak stawia hipotezę, która przewiduje, że każde przesunięcie dziedziczne ma jedyną miarę niezmienniczą o maksymalnej entropii. Ostatnio supozycję tę potwierdzili J. Kułaga-Przymus, M. Lemańczyk i B. Weiss w: *On invariant measures for  $\mathcal{B}$ -free systems*, Proc. Lond. Math. Soc., 2015.

Praca [H3: *Topology Appl.* (2012)] (wspólna z P. Oprochą) zawiera kontrprzykład do twierdzenia podanego przez K. Sakai w: *Various shadowing properties for positively expansive maps*, Topology Appl. 2003 (Twierdzenie 2). Istotnie, autorzy zauważają, że odwzorowanie określone na przestrzeni dwupunktowej (różne od identyczności) rozważanej z metryką dyskretną jest tranzytywnym i dodatnio ekspansywnym przekształceniem otwartym, które nie ma własności śledzenia w średniej, wbrew temu, co twierdził Sakai. W dalszej części pracy autorzy dowodzą, że słabo mieszające i dodatnio ekspansywne przekształcenie otwarte ma własność śledzenia. Na koniec, dla ciągłych odwzorowań określonych na zwartej przestrzeni metrycznej, które mają własność śledzenia, formułują kilka warunków równoważnych tranzytywności. Praca jest interesująca i choć nie znalazłem w niej ani spektakularnych pomysłów ani nowych idei, to jednak godnym podkreślenia jest fakt, że naprawia ona poważną usterkę z pracy Sakai.

W pracy [H4: *Fund. Math.* (2014)] (wspólnej z M. Kulczyckim i P. Oprochą) dr Kwietniak bada przekształcenia z własnościami: prawie specyfikacji, śledzenia w średniej i asymptotycznego śledzenia w średniej dowodząc licznych powiązań między nimi. Praca jest długa, a nie miejsce tu na szczegółowe omówienie zawartych w niej wyników. Z tytułu recenzenckiego obowiązku pozwolę sobie w tym miejscu na nieco ogólniejszą obserwację. Autorzy dość sprawnie poruszają się w obszarze swoich badań, zręcznie żonglując przyjętymi definicjami. Czytając tę pracę miałem miejscami wrażenie, że wszystko to „sztuka dla sztuki” – przyjęte definicje w naturalny sposób generują nowe pytania, nie mam jednak wrażenia, że stoi za tym wszystkim jakaś spektakularna, nowoczesna i finezyjna matematyka, wszystko to to najwyżej rzemiosło. Trzeba jednak przyznać, że dobre rzemiosło. Pracę kończy lista otwartych problemów, które, o czym informuje autoreferat, autorzy sukcesywnie rozstrzygają.

Powyższe, krytyczne uwagi nie odnoszą się do pracy [H5: *Israel J. Math.* (2016)] (wspólna z P. Oprochą i M. Ramsem). Autorzy badają w niej wewnętrzną ergodyczność (*intrinsic ergodicity*) odwzorowań ekspansywnych z własnościami, które uogólniają specyfikację. Praca zawiera odpowiedź na pytanie Climenhaga i Thomsona (*Intrinsic ergodicity beyond specification:  $\beta$ -shifts,  $S$ -gap shifts, and their factors*, Israel J. Math., 2012, którzy, studiując zagadnienia związane z istnieniem miary

o maksymalnej entropii w kontekście dynamiki symbolicznej, pytali, czy ekspansywny układ dynamiczny z własnością prawie specyfikacji jest wewnątrznie ergodyczny. Dr Kwietniak i współautorzy odpowiadają na to pytanie przecząco. W delikatny sposób konstruuja bowiem rodzinę przesunięć  $X_{\mathbf{R}}$  zależnych od rosnącego ciągu podzbiorów liczb naturalnych  $\mathbf{R} = \{R_n\}$  oraz liczb naturalnych  $p, q$ , która będzie spełniała:

- własność prawie specyfikacji i będzie miała dowolną skończoną liczbę miar o maksymalnej entropii o rozłącznych i nigdziegęstych nośnikach;
- własność słabej specyfikacji i będzie miała dowolną skończoną liczbę miar o maksymalnej entropii o rozłącznych i nigdziegęstych nośnikach.

Artykuł ten w dorobku Habilitanta podoba mi się najbardziej. Wpisuje się ona w cykl publikacji poświęconych zagadnieniu, które było badane przez innych matematyków i to od wielu lat – praca Bowena, która niewątpliwie stanowiła inspirację dla prowadzonych badań ukazała się już w 1974 roku (*Some systems with unique equilibrium states*, Mathematical Systems Theory, 1974).

Ostatnia praca w rozprawie habilitacyjnej - [H6: *Ergodic Theory Dynam. Systems* (2014)] (wspólna z J. Byszewskim i F. Falniowskim) - przynosi odpowiedź na pytanie S. Baldwina z *Entropy estimates for transitive maps on trees*, Topology, 2001 o to, czy istnieje tranzytywne przekształcenie dendrytu, które ma zerową entropię. Autorzy twórczo zaadaptowali idee Hoehna i Mourona (zob. *Hierarchies of chaotic maps on continua*, Ergodic Theory Dynam. Systems, 2014) i wykazali, że istnieje odwzorowanie dendrytu Ważewskiego, które jest słabo mieszające i które ma jedyną ergodyczną miarę niezmienniczą skoncentrowaną w punkcie stałym tego odwzorowania. Zastosowanie zasady wariacyjnej prowadzi do wniosku, że entropia tego odwzorowania jest równa zero. Praca ta podoba mi się, świadczy ona bowiem o wysokiej kulturze matematycznej autorów, a także o szerokiej znajomości literatury.

**Podsumowanie:** Powyższy opis pozwala się zorientować, że dr Kwietniak zajmuje się ważnymi zagadnieniami teorii układów dynamicznych. Nie są to może problemy leżące w głównym nurcie tej teorii, ale osiągnane przez niego wyniki odpowiadają na pytania innych matematyków i znajdują uznanie w środowisku, o czym świadczy wysoka cytowalność jego prac. Umiejętnie współpracuje on z innymi matematykami; pięć prac, spośród sześciu wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej, to artykuły współautorskie. Oświadczenia o wkładzie poszczególnych autorów zostały przygotowane bardzo starannie. Autoreferat rozprawy habilitacyjnej wnikliwie przedstawia osiągnięcia Habilitanta w szerszej perspektywie historycznej, a jego lektura stanowi prawdziwą przyjemność. Wszystkie prace wchodzące w skład rozprawy ukazały się w uznanych czasopismach matematycznych z bazy JCR. Nie mam wątpliwości, że rozprawa spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane habilitacjom.

**Ocena pozostałego dorobku Habilitanta:** Dr Kwietniak opublikował, oprócz artykułów wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej, jeszcze 14 prac naukowych. Spośród nich 13 ukazało się po uzyskaniu stopnia doktora. Dwa artykuły zostały przyjęte do druku, a dwa kolejne znajdują się w recenzji. Podstawowa dla matematyków baza danych *MathSciNet* podaje, że wszystkie prace dr. Kwietniaka były cytowane 87 razy przez 96 autorów. Jest to zatem dorobek bardzo solidny, wykraczający ponad przeciętny poziom habilitacji.

Imponujący jest spis konferencji w których uczestniczył dr Kwietniak; w ciągu ostatnich dziesięciu lat wygłosił referaty na ponad 30-tu sympozjach. Równie bogata jest lista projektów badawczych w które był zaangażowany Habilitant. Między innymi realizuje on grant programu Sonata

Bis (kierownik), jest wykonawcą w grancie Maestro prof. T. Downarowicza, pełni funkcję opiekuna w projekcie Preludium, który wypełnia jego magistrantka - Martha Łącka.

Dr Kwietniak był wielokrotnie nagradzany przez Rektora Uniwersytetu Jagiellońskiego, dał się też poznać jak sprawny organizator konferencji i serii wykładów, a także zaangażowany popularyzator matematyki.

Także działalność dydaktyczna dr. Kwietniaka jest ponadprzeciętna; był on opiekunem 22 prac magisterskich, pełni funkcję promotora pomocniczego w przewodzie doktorskim mgr. T. Drwięgi, opiekuje się ponadto dwoma doktorantkami. Prowadził wykłady i ćwiczenia z algebry liniowej, wstępu do logiki i teorii mnogości, jakościowej teorii równań różniczkowych, teorii ergodycznej i wielu innych przedmiotów.

**Konkluzja:** Nie mam żadnych wątpliwości, że rozprawa habilitacyjna i pozostały dorobek naukowy doktora Dominika Kwietniaka spełniają wymagania ustawy z dnia 14 marca 2003 roku o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, dlatego gorąco popieram wniosek o nadanie stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych.

Tomasz Szarek