

Prof. dr hab. Krzysztof Frączek
Wydział Matematyki i Informatyki UMK
ul. Chopina 12/18
87-100 Toruń

Toruń, 15 listopada 2016

**Recenzja w postępowaniu o nadanie stopnia doktora habilitowanego
dr. Dominikowi Kwietniakowi**

Dr Dominik Kwietniak jest absolwentem Uniwersytetu Jagiellońskiego. Dyplom magistra matematyki otrzymał w roku 2002 po ukończeniu studiów na Wydziale Matematyki i Informatyki UJ. W roku 2006 uzyskał stopień doktora nauk matematycznych w zakresie matematyki w tej samej uczelni na podstawie rozprawy doktorskiej pt. „Chaos w sensie Devaney’a i jego odmiany a entropia topologiczna” napisanej pod kierunkiem prof. dra hab. Romana Srzednickiego. Habilitant (od 2009 r.) pracuje na etacie adiunkta na Wydziale Matematyki i Informatyki UJ, obecnie na urlopie naukowym w celu realizacji stażu naukowego Young Visiting Researcher w Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brazylia).

Habilitant jest do tej pory autorem 20 opublikowanych prac naukowych oraz 2 zaakceptowanych, dotyczących problemów dynamiki układów topologicznych.

Ocena osiągnięć badawczo-naukowych Habilitanta. W skład osiągnięć naukowych przedstawionych do oceny w postępowaniu habilitacyjnym wszedł cykl 6 prac naukowych pod wspólnym tytułem „Dynamika z punktu widzenia pojedynczych orbit: specyfikacja, śledzenie, entropia, dziedziczność”:

- [H1] G. Harańczyk, D. Kwietniak, P. Oprocha, *Topological structure and entropy of mixing graph maps*, Ergodic Theory Dynam. Systems 34 (2014), 1587-1614;
- [H2] D. Kwietniak, *Topological entropy and distributional chaos in hereditary shifts with applications to spacing shifts and beta shifts*, Discrete Contin. Dyn. Syst. 33 (2013), 2451-2467;
- [H3] D. Kwietniak, P. Oprocha, *A note on the average shadowing property for expansive maps*, Topology Appl. 159 (2012), 19-27;
- [H4] M. Kulczycki, D. Kwietniak, P. Oprocha, *On almost specification and average shadowing properties*, Fund. Math. 224 (2014), 241-278;
- [H5] D. Kwietniak, P. Oprocha, M. Rams, *On entropy of dynamical systems with almost specification*, Israel J. Math. 213 (2016), 475-503;
- [H6] J. Byszewski, F. Falniowski, D. Kwietniak, *Transitive dendrite map with zero entropy*, Ergodic Theory Dynam. Systems, opublikowana online.

Wspólnym mianownikiem wszystkich tych prac jest szukanie zależności pomiędzy różnymi pojęciami dynamiki topologicznej opisującymi zachowania chaotyczne zarówno w ogólnym kontekście, jak i w konkretnych ważnych klasach układów topologicznych takich, jak układy jednowymiarowe (grafy i dendryty) oraz podukłady shiftowe. Część z tych rezultatów jest stosowana dalej np. do określenia zbiorów możliwych wartości entropii topologicznej w podklasach układów dynamicznych.

W pracy [H1] został zbadany problem kresu dolnego entropii topologicznej dla czysto (topologicznie) mieszających przekształceń ciągłych skończonych grafów. Przypomnijmy, że układ topologiczny jest czysto mieszający, gdy jest topologicznie mieszający i nie jest dokładny. Jest to kontynuacja badań zainicjowanych w pracy [G. Harańczyk, D. Kwietniak, *When lower entropy implies stronger Devaney chaos*, Proc. Amer. Math. Soc. 137 (2009),

2063-2073], w której rozważano odwzorowania odcinka i okręgu. Główny wynik pracy [H1] stanowi, że entropia czysto mieszających przekształceń grafu G jest szacowana z dołu przez liczbę zależną jedynie od własności topologicznych G . Ponadto, dla pewnych klas grafów udowodniono, że liczba ta jest najlepszą stałą ograniczającą entropię.

Jest to bardzo ciekawy rezultat, którego dowód opiera się na udowodnionym przez autorów twierdzeniu strukturalnym o istnieniu pewnego grafowego rozszerzenia odwzorowania czysto mieszającego. Natomiast finałowe szacowanie entropii sprowadza się do znalezienia odpowiedniej podkowy dla pewnej iteracji rozszerzonego odwzorowania. Jest to bardzo ładna i ciekawa praca, która wymagała istotnych modyfikacji wcześniej znanych technik i wprowadzenia nowych koncepcji.

Praca [H2] dotyczy ważnej klasy shiftów dziedzicznych, do której należy wiele klasycznych układów shiftowych pochodzących m.in. z teorii liczb. Głównym celem tej pracy było wyznaczenie relacji pomiędzy różnymi pojęciami opisującymi chaos dla tej klasy układów. Po pierwsze podana została elegancka charakteryzacja dodatniości entropii topologicznej dla shiftów dziedzicznych. Ponadto, udowodniono, że w tej klasie układów pewne znaczniki chaosu są równoważne dodatniości entropii, co uważam za główny rezultat pracy.

W pracach [H3] i [H4] zbadane zostały związki pomiędzy pewnymi wersjami własności specyfikacji oraz własności śledzenia. Oryginalnie obie te własności pojawiły się bardzo naturalnie przy badaniu dynamiki gładkich układów hiperbolicznych (prace Anosova i Bowena) i stanowiły one fundamentalne narzędzia, których użyto do rozwiązywania wielu problemów. W późniejszych historycznie badaniach wprowadzano modyfikacje własności specyfikacji oraz własności śledzenia. Część z nich ma nadal istotne znaczenie w badaniu dynamiki gładkiej, ale niektóre z nich zaczęły żyć własnym życiem.

Główny rezultat pracy [H3] stanowi, że przy założeniu, że odwzorowanie ciągle ma własność śledzenia następujące własności dynamiczne są równoważne: całkowita tranzytywność, słabe topologiczne mieszanie, topologiczne mieszanie, specyfikacja oraz śledzenie w średniej.

Natomiast w pracy [H4], znacznie bardziej obszernej, dokonano porównania własności prawie specyfikacji, asymptotycznego śledzenia w średniej oraz śledzenia w średniej. M.in. rozszerzono wspomniany powyżej rezultat z [H3].

Wyniki pracy [H5] są związane z rezultatem Bowena mówiącym, że przekształcenia ekspansywne z własnością specyfikacji są wewnątrznie ergodyczne, tzn. mają dokładnie jedną miarę niezmienniczą o maksymalnej entropii. Naturalnym wydaje się pytanie, czy własność specyfikacji możemy podmienić przez jej słabszą wersję tak, aby zachować wewnętrzną ergodyczność. W pracy [H5] autorzy wypracowali oryginalne techniki konstruowania układów shiftowych, za pomocą których stworzyli przykłady układów spełniających słabsze własności specyfikacji jednak z więcej niż jedną miarą o maksymalnej entropii.

Praca [H6] jest związana z rezultatem Blokha mówiącym, że każde tranzytywne odwzorowanie grafu spójnego, które nie jest niewymiernym obrotem okręgu, ma dodatnią entropię topologiczną. W [H6] podjęto pytanie, czy rezultat Blokha można udowodnić również dla szerszej klasy przestrzeni topologicznych takiej, jak dendryty. Odpowiedź jest negatywna i bazuje na konstrukcji wypracowanej w pracy [L. Hoehn, Ch. Mouron, *Hierarchies of chaotic maps on continua*, Ergodic Theory Dynam. Systems 34 (2014), 1897-1913]. Dla dowolnego zbioru $Z \subset \mathbb{N}$ Hoehn-Mouron podali konstrukcję odwzorowania ciągłego f_Z dendrytu uniwersalnego. W pracy [H6] autorzy skonstruowali taki podzbiór Z , aby odwzorowanie f_Z było słabo topologicznie mieszające z zerową topologiczną entropią.

Każda w omawianych sześciu prac jest opublikowana w dobrym (Discrete Contin. Dyn. Syst., Topology Appl.) lub bardzo dobrym (Ergodic Theory Dynam. Systems, Fund. Math., Israel J. Math.) czasopiśmie matematycznym, wszystkie znajdują się na liście Journal Citation Reports (JCR). Niewątpliwie wszystkie artykuły zawierają ciekawe i naturalne wyniki dotyczące podstawowych własności badanych w dynamice topologicznej. W każdym znajdziemy nowe i pomysłowe rozumowania. Ja osobiście najwyżej cenię wyniki pracy [H1], zarówno za najciekawszą tematykę, jak i poziom techniczny.

Pozostały dorobek naukowo-badawczy składa się z 14 prac (oznaczonych przez Habilitanta jako [P00]-[P11] oraz [S1] i [S2]) opublikowanych w latach 2005-2016 w dobrych i bardzo dobrych czasopismach matematycznych (w większości notowanych na liście JCR).

Cześć z tych prac dotyczy problematyki poruszanej w artykułach wchodzących w skład osiągnięć naukowych przedstawionych do oceny w postępowaniu habilitacyjnym i te pominię w dalszym skrótowym omówieniu.

Tematem prac [P01] i [P02] jest dziedziczenie własności dynamicznych przez układy indukowane na hiperprzestrzeniach. Natomiast tematyka prac [P05] i [P11] jest motywowana twierdzeniami o wielokrotnym powracaniu związanymi z problemami teorii liczb. W [P05] badano problem kiedy dla tranzytywnego odwzorowania $f : X \rightarrow X$ jego produkt $f \times f^2 \times \dots \times f^m$ jest tranzytywny oraz kiedy elementy z przekątnej w produkcie X^m mają gęste orbity. Natomiast w [P11] podjęto temat powracalności $f \times f^2 \times \dots \times f^m$ dla elementów z przekątnej w produkcie X^m . W pracy [P10] badane były relacje pomiędzy złożonością a równociągłością, słabym topologicznym mieszanym dla pseudogrup lokalnych homeomorfizmów. Prace [S01] i [S02] mają charakter przeglądowy.

Podsumowując pozostały dorobek naukowo-badawczy Habilitanta oceniam go jako bardzo przyzwoity. Jest dość zróżnicowany i stoi na dobrym poziomie matematycznym, jednak wyżej cenię dokonania przedstawione do oceny w postępowaniu habilitacyjnym. Z punktu widzenia istotności tematyki i zaawansowania technicznego są one bardziej cenne.

Traktując dorobek naukowo-badawczy Habilitanta w całości należy stwierdzić, że jest on rozpoznawalny na arenie międzynarodowej. Dokonania Habilitanta były cytowane 78 razy (wg MathSciNet), w tym 62 cytowania są obce; według bazy WoS cytowań jest 93, w tym 80 obcych. Jest to bardzo dobry wynik na obecnym etapie rozwoju kariery naukowej. Habilitant brał udział w wielu międzynarodowych konferencjach z układów dynamicznych, na których prezentował wyniki swoich badań. Ponieważ w części z nich sam uczestniczyłem wiem, że jego wykłady cieszyły się sporym zainteresowaniem i wywoływały żywą dyskusję.

Ocena dorobku dydaktycznego i popularyzatorskiego oraz współpracy międzynarodowej Habilitanta. Dorobek dydaktyczny i w kształceniu kadr oceniam bardzo wysoko. Habilitant był opiekunem wielu utalentowanych studentów UJ, którzy pod jego opieką zdobywali nagrody i wyróżnienia w konkursach naukowych. Jest opiekunem dwójki studentów doktoranckich oraz promotorem pomocniczym w jednym przewodzie doktorskim. To dobitnie świadczy o ogromnym zaangażowaniu Habilitanta w sferę dydaktyczną.

Jednak jeszcze większe wrażenie robi zestawienie działalności popularyzatorskiej Habilitanta. Praca w kółkach matematycznych, szereg wykładów popularyzujących matematykę, organizacja konferencji, trzy artykuły popularyzatorskie i prace nad stworzeniem filmów promujących matematykę to doprawdy imponujące dokonania.

Habilitant ma duże doświadczenie w zdobywaniu i realizacji grantów naukowych. W ostatnich latach kierował grantem Iuventus Plus (MNiSW) oraz Sonata Bis (NCN) oraz był opiekunem naukowym w kolejnych dwóch grantach.

Międzynarodową współpracę naukową Habilitanta należy ocenić bardzo wysoko. Obył wiele zagraniczne wizyt i staży naukowych naukowy, m.in. w Max Planck Institute for Mathematics w Bonn, Friedrich-Schiller-Universität Jena, University of Exeter, University of Houston, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Universidade de Sao Paulo, Universidade Federal da Bahia, Universidad de Murcia. Nawiązał współpracę naukową z kilkoma wysoko cenionymi matematyki, takimi jak K. Gelfert, M. Misiurewicz, M. Rams, X. Ye. Wygłosił 34 referaty na specjalistycznych konferencjach międzynarodowych oraz wiele wykładów na seminariach w znanych ośrodkach międzynarodowych.

W tej części mojej oceny uważam, że dorobek Habilitanta należy uznać za daleko ponadprzeciętny.

Podsumowanie recenzji. Jak już wspomniałem wcześniej dorobek naukowy Habilitanta i jego wartość dla rozwoju teorii topologicznych układów dynamicznych oceniam wysoko. Wraz ze współpracownikami odpowiedział na wiele naturalnych pytań o relacje łączące różnego rodzaju własności dynamiczne układów topologicznych. W jego dorobku znajdziemy wiele twierdzeń mówiących o tym, w jakich warunkach jedno z drugich wynikają, ale również pełną gamę kontrprzykładów. Można by stwierdzić, że działalność Habilitanta ma charakter porządkujący w gąszczu pojęć dynamiki topologicznej. Choć dla mnie jako matematyka niespecjalizującego się w zagadnieniach dynamiki topologicznej czasem ten gąszcz wydaje się być nadmiarowy.

Podsumowując można przedstawić Habilitanta jako prężnie działającego dojrzałego matematyka o szerokich horyzontach naukowych oraz niezwykle zaangażowanego w popularyzację matematyki na różnych poziomach. Uważam, że przedstawiony przez Habilitanta dorobek naukowo-badawczy oraz jego aktywność dydaktyczna, popularyzatorska (ta jest wręcz wybitna) oraz we współpracy międzynarodowej spełniają z naddatkiem ustawowe i zwyczajowe wymogi. W związku z tym gorąco popieram wniosek o nadanie dr. Dominikowi Kwietniakowi stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych w dziedzinie matematyka.

Krzysztof Frączek
